

Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Dualsysteme



STL

Title cover using the painting by Kay Sage, “The 14 daggers” (1942).

Vorwort

Zwei Eigenschaften der Semiotik von Peirce und Bense sind es, welche diese Zeichentheorie in schroffen Gegensatz zu allen ihren Vorgängerkonzeptionen setzen: 1. Die Definition des Zeichens als einer triadischen und trichotomischen Relation. 2. Die Definition des Zeichens als eines verdoppelten Repräsentations-schemas mit der Zeichenklasse als Kodierung des Subjektpols und der Realitätsthematik als Kodierung des Objektpols der dermaßen verdoppelten Erkenntnisrelation. Entsprechend lautet ein semiotisches Axiom: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist". Damit geht die Realitätsthematik der Zeichenthematik voran, so daß diese aus jener (und nicht umgekehrt) rekonstruierbar ist. Das Zeichen ist somit eine Subjektfunktion, die erst aus einer Objektfunktion abgeleitet werden muß. Aber bei der Repräsentation in einer Realitätsthematik geht viel von einem realen Objekt verloren. So kann ein und dieselbe Realitätsthematik mehrere Objekte repräsentieren, die semiotypisch gleich und phänotypisch verschieden sind, ähnlich der erkenntnistheoretischen Differenzierung zwischen Oberflächen- und Tiefenstruktur der generativen und transformationellen Grammatik. Anders als eine Zeichenthematik, die stets zwischen einem materialen Mittelbezug, einem bezeichnungstheoretischen Objektbezug und einem bedeutungstheoretischen Interpretantenbezug unterscheidet und also eine triadische Thematisationsstruktur aufweist, weisen bis auf eine alle Realitätsthematiken eine dyadische Thematisationsstruktur auf, d.h. sie bilden das dichotomische Substrat trichotomischer Relationen. Nur dort, d.h. in den Realitätsthematiken, kann weiterhin zwischen Ausdruck und Inhalt oder Signifikant und Signifikat unterschieden werden. Dadurch, daß diese dichotomisch-präsentative Thematisationsstruktur aber durch duale Koordination auf die trichotomisch-repräsentative Thematisationsstruktur abgebildet werden kann (und umgekehrt), entsteht die in dem vorliegenden Buch behandelte prinzipielle Dualität der semiotischen Zeichenfunktionen, so daß die Semiotik als Theorie der repräsentationstheoretisch differenzierbaren Dualsysteme eingeführt werden kann.

Tucson, AZ, 6.3.2020

Prof. Dr. Alfred Toth

4-dimensionale semiotische Dualsysteme

1. In Toth (2009b) wurde ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus konstruiert. Dieser Hyperkubus, der eine 4-dimensionale Erweiterung des 3-dimensionalen Zeichenkubus von Stiebing (1978) darstellt, basiert auf tetradischen Subzeichen der Form

$$4\text{-SZ} = (a.b.c.d),$$

wobei (b.c) das zwischen zwei semiotische Dimensionszahlen eingebettete 2-dimensionale dyadische Subzeichen mit $(b.c) \in \{(1.1.), (1.2.), (1.3.), \dots, (3.3.)\}$, also der Menge der kartesischen Produkte der kleinen semiotischen Matrix, ist. 4-dimensionale Zeichenklassen werden nun aus drei tetradischen Subzeichen gemäss der folgenden Zeichendefinition

$$4\text{-ZR} = ((a.3.b.c) (d.2.e.f) (g.1.h.i))$$

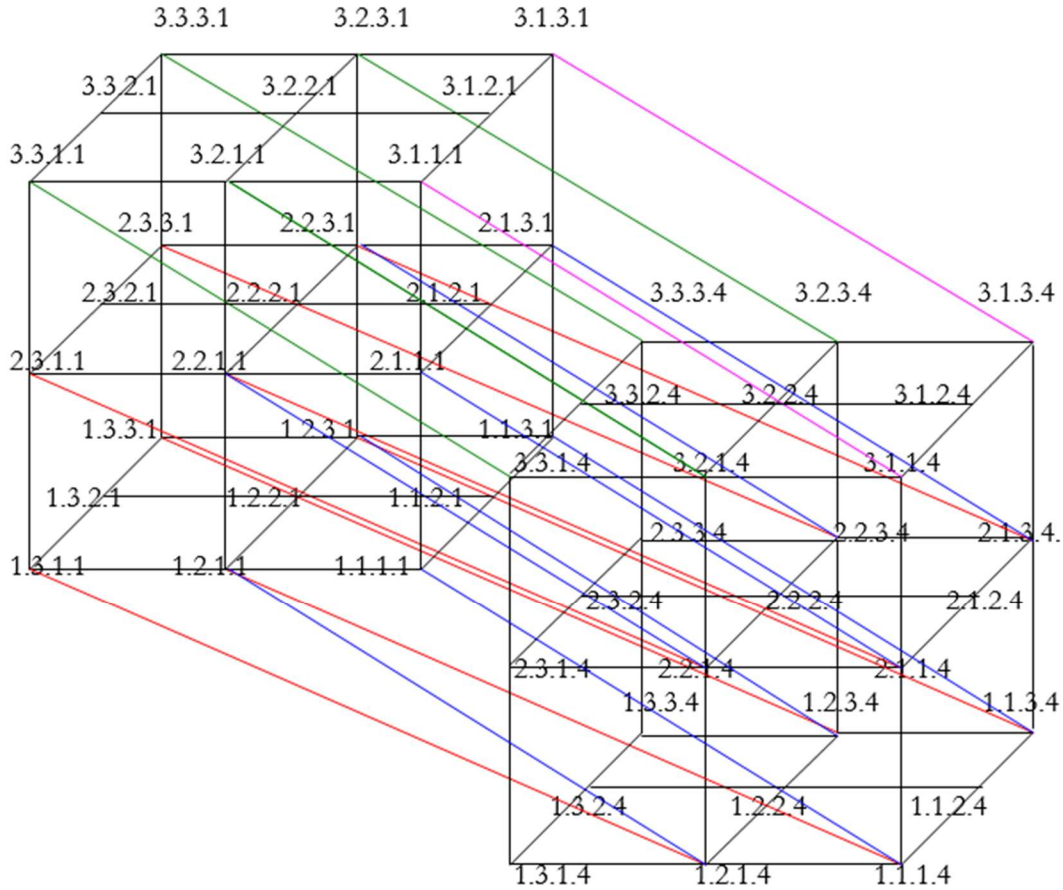
so konstruiert, dass $c = f = i$ (.4) = const. die zu allen drei übrigen semiotischen Dimensionen orthogonale 4. Dimension ist. Somit gilt: $\dim(1), \dim(2), \dim(3) \in \{1., 2., 3.\}$. Daher müssen wir zur Konstruktion 4-dimensionaler Dualsysteme nur noch festlegen (oder besser: daran erinnern), dass wie bei 3-dimensionalen triadischen Zeichenklassen gilt

$$(b \leq e \leq h).$$

Wir können also abgekürzt schreiben:

$$4\text{-ZR} = ((\begin{Bmatrix} 1. \\ 2. \\ 3. \end{Bmatrix} 3.a.4) (\begin{Bmatrix} 1. \\ 2. \\ 3. \end{Bmatrix} 2.b.4) (\begin{Bmatrix} 1. \\ 2. \\ 3. \end{Bmatrix} 1.c.4)),$$

Das 4-ZR entsprechende Zeichenmodell ist ein 4-dimensionaler Hyperkubus (Tesserakt) als Ausschnitt eines 4-dimensionalen Zeichenraumes, auf deren x-Achse die triadischen Werte, auf deren y-Achse die trichotomischen Werte und auf deren z-Achse und w-Achse die semiotischen Dimensionszahlen liegen.



2. Damit können wir die 4-dimensionalen semiotischen Dualsysteme konstruieren:

- ((a.3.1.4) (b.2.1.4) (c.1.1.4) × ((4.1.1.c) (4.1.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.1.4) (c.1.2.4) × ((4.2.1.c) (4.1.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.1.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.1.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.2.4) (c.1.2.4) × ((4.2.1.c) (4.2.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.2.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.2.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.1.4) (b.2.3.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.3.2.b) (4.1.3.a))
- ((a.3.2.4) (b.2.2.4) (c.1.2.4) × ((4.2.1.c) (4.2.2.b) (4.2.3.a))
- ((a.3.2.4) (b.2.2.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.2.2.b) (4.2.3.a))
- ((a.3.2.4) (b.2.3.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.3.2.b) (4.2.3.a))
- ((a.3.3.4) (b.2.3.4) (c.1.3.4) × ((4.3.1.c) (4.3.2.b) (4.3.3.a)).

Für a, b, c, also die semiotischen Dimensionszahlen des 3-dimensionalen euklidischen Raumes, können nach Toth (2009a)

3 homogene Permutationen aus je einer Dimensionszahl

- dim(1) = (1.3.b 1.2.d 1.1.f)
- dim(2) = (2.3.b 2.2.d 2.1.f)
- dim(3) = (3.3.b 3.2.d 3.1.f),

18 inhomogene Permutationen aus je 2 Dimensionszahlen

$\dim(1, 2) = (1.3.b\ 1.2.d\ 2.1.f)$	$\dim(1, 3) = (3.3.b\ 1.2.d\ 1.1.f)$
$\dim(1, 2) = (1.3.b\ 2.2.d\ 1.1.f)$	$\dim(1, 3) = (3.3.b\ 1.2.d\ 3.1.f)$
$\dim(1, 2) = (1.3.b\ 2.2.d\ 2.1.f)$	$\dim(1, 3) = (3.3.b\ 3.2.d\ 1.1.f)$
$\dim(1, 2) = (2.3.b\ 1.2.d\ 1.1.f)$	$\dim(2, 3) = (2.3.b\ 2.2.d\ 3.1.f)$
$\dim(1, 2) = (2.3.b\ 1.2.d\ 2.1.f)$	$\dim(2, 3) = (2.3.b\ 3.2.d\ 2.1.f)$
$\dim(1, 2) = (2.3.b\ 2.2.d\ 1.1.f)$	$\dim(2, 3) = (2.3.b\ 3.2.d\ 3.1.f)$
$\dim(1, 3) = (1.3.b\ 1.2.d\ 3.1.f)$	$\dim(2, 3) = (3.3.b\ 2.2.d\ 2.1.f)$
$\dim(1, 3) = (1.3.b\ 3.2.d\ 1.1.f)$	$\dim(2, 3) = (3.3.b\ 3.2.d\ 2.1.f)$
$\dim(1, 3) = (1.3.b\ 3.2.d\ 3.1.f)$	$\dim(2, 3) = (3.3.b\ 2.2.d\ 3.1.f)$

und 6 inhomogene Permutationen aus je 3 Dimensionszahlen gebildet werden:

$\dim(1, 2, 3) = (1.3.b\ 2.2.d\ 3.1.f)$
 $\dim(1, 2, 3) = (1.3.b\ 3.2.d\ 2.1.f)$
 $\dim(1, 2, 3) = (2.3.b\ 1.2.d\ 3.1.f)$
 $\dim(1, 2, 3) = (2.3.b\ 2.2.d\ 1.1.f)$
 $\dim(1, 2, 3) = (3.3.b\ 1.2.d\ 2.1.f)$
 $\dim(1, 2, 3) = (3.3.b\ 2.2.d\ 1.1.f)$

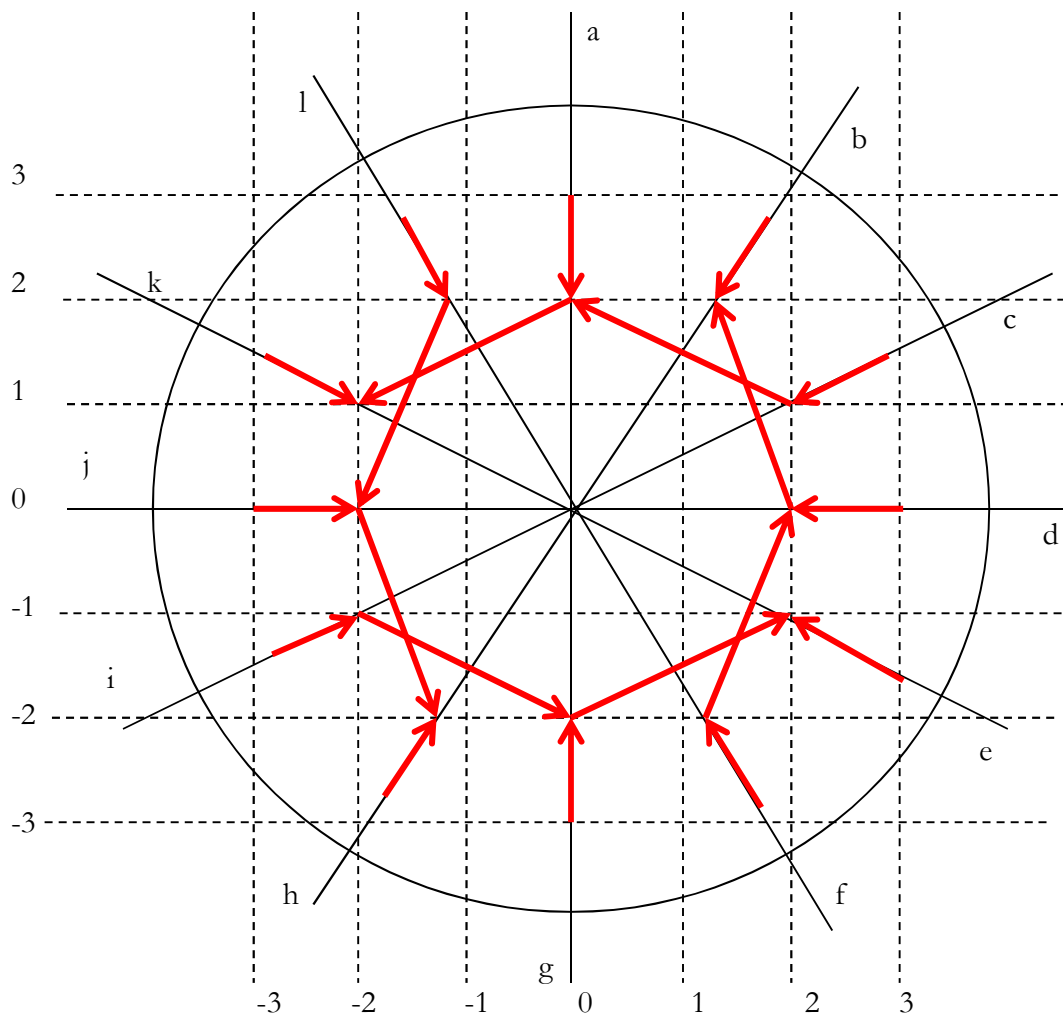
mit $(b \leq b \leq f)$, also 27 Permutationen für jede der 10 4-dimensionalen triadischen Zeichenklassen sowie Realitätsthematiken.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Symplerotische Determination semiotischer Dimensionszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Dualsysteme in 12 Dimensionen

1. In Toth (2009) wurde gezeigt, dass ein vollständiger semiotischer Diamant, der imstande ist, nicht nur ein vollständiges, aus Zeichenklasse und Realitätsthematik bestehendes Dualsystem, sondern auch seine 6 triadischen Permutationen sowie alle morphismischen Kompositionen zu repräsentieren, mindestens 12 Dimensionen besitzen muss. Um diesen Sachverhalt zu illustrieren, wird in der folgenden, nicht winkeltreuen Projektion die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) in allen (in Wahrheit paarweise orthogonal zueinander stehenden) 12 Dimensionen dargestellt.



Eine allgemeine Form der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) in 12 Dimensionen ist dabei

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.1)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(2.1)\eta.\theta) (i.\kappa(1.3)\lambda.\mu))$$

mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, 1\}$.

Diese Definition hat den Vorteil, dass hier mit komplexen Dimensionen, wie etwa in der Physik und Astrophysik, gerechnet werden kann. Man kann also die obige Definition noch weiter verallgemeinern

$$(1) 12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(a.b)\gamma.\delta) (\varepsilon.\zeta(c.d)\eta.\theta) (\iota.\kappa(e.f)\lambda.\mu))$$

mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\}$ und $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$,

vgl. Toth (2007a, S. 52 ff.; 2007b, S. 57 ff.).

Eine andere Möglichkeit der Definition einer 12-dimensionalen Zeichenklasse ist

$$(2) 12\text{-ZR} = (\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma(e.f))$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}$ $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

Bei (1) kann also jedes Subzeichen durch maximal 4 Dimensionszahlen bestimmt werden, bei (2) nur durch eine. (1) ist somit eine komplexere und abstraktere Definition. Man kann nun (1) und (2) auch in der folgenden Form notieren

$$(3) 12\text{-ZR} = \{[\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$$

$$(4) 12\text{-ZR} = \{[\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$$

Bibliographie

- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (2007a)
 Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007 (2007b)
 Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Inhärente Dualsysteme im semiotischen Hyperkubus

1. In Toth (2009b) wurde gezeigt, dass im 4-dimensionalen semiotischen Hyperkubus (Toth 2009a) zwischen den folgenden 6 Haupttypen semiotisch-dimensionaler Inhärenz unterschieden werden kann:

1. Triadischer Hauptwert determiniert beide Dimensionszahlen

$$4\text{-Zkl} = (3.3.b.3 \ 2.2.e.2 \ 1.1.h.1) = (3.3.a.3 \ 2.2.b.2 \ 1.1.c.1)$$

2. Triadischer Hauptwert determiniert nur je eine der beiden Dimensionszahlen

a) $4\text{-Zkl} = (3.3.b.c \ 2.2.e.f \ 1.1.h.i) = (3.3.a.b \ 2.2.c.d \ 1.1.e.f)$

b) $4\text{-Zkl} = (a.3.b.3 \ d.2.e.2 \ g.1.h.1) = (a.3.b.3 \ c.2.d.2 \ 3.1.e.1)$

3. Trichotomischer Stellenwert bestimmt beide Dimensionszahlen

$$4\text{-Zkl} = (b.3.b.b \ e.2.e.e \ h.1.h.h) = (a.3.a.a \ b.2.b.b \ c.1.c.c)$$

4. Trichotomischer Stellenwert bestimmt nur je eine der beiden Dimensionszahlen

a) $4\text{-Zkl} = (b.3.b.c \ e.2.e.f \ h.1.h.i) = (a.3.a.b \ c.2.c.d \ e.1.e.f)$

b) $4\text{-Zkl} = (a.3.b.b \ d.2.e.e \ g.1.h.h) = (a.3.b.b \ c.2.d.d \ e.1.f.f)$

5. 2. Trd. Hauptwert bestimmt 1. Dim., Trch. Stellenwert 2. Dim.:

$$4\text{-Zkl} = (3.3.b.b \ 2.2.e.e \ 1.1.h.h) = (3.3.a.a \ 2.2.b.b \ 1.1.c.c)$$

6. 2. Tr. Hauptwert bestimmt 2. Dim., Trch. Stellenwert 1. Dim.:

$$4\text{-Zkl} = (b.3.b.3 \ e.2.e.2 \ h.1.h.1) = (a.3.a.3 \ b.2.b.2 \ c.1.c.1)$$

2. Wir schauen uns im folgenden die über diesen 6 Haupttypen konstruierbaren Zeichenklassen an.

2.1. $4\text{-Zkl} = (3.3.a.3 \ 2.2.b.2 \ 1.1.c.1)$

$$(3.3.1.3 \ 2.2.1.2 \ 1.1.1.1)$$

$$(3.3.1.3 \ 2.2.1.2 \ 1.1.2.1)$$

$$(3.3.1.3 \ 2.2.1.2 \ 1.1.3.1)$$

$$(3.3.1.3 \ 2.2.2.2 \ 1.1.2.1)$$

$$(3.3.1.3 \ 2.2.2.2 \ 1.1.3.1)$$

$$(3.3.1.3 \ 2.2.3.2 \ 1.1.3.1)$$

$$(3.3.2.3 \ 2.2.2.2 \ 1.1.2.1)$$

$$(3.3.2.3 \ 2.2.2.2 \ 1.1.3.1)$$

(3.3.2.3 2.2.3.2 1.1.3.1)
(3.3.3.3 2.2.3.2 1.1.3.1)

2.2.a 4-Zkl = (3.3.a.b 2.2.c.d 1.1.e.f)

(3.3.1.b 2.2.1.d 1.1.1.f)
(3.3.1.b 2.2.1.d 1.1.2.f)
(3.3.1.b 2.2.1.d 1.1.3.f)
(3.3.1.b 2.2.2.d 1.1.2.f)
(3.3.1.b 2.2.2.d 1.1.3.f)
(3.3.1.b 2.2.3.d 1.1.3.f)
(3.3.2.b 2.2.2.d 1.1.2.f)
(3.3.2.b 2.2.2.d 1.1.3.f)
(3.3.2.b 2.2.2.d 1.1.3.f)
(3.3.3.b 2.2.3.d 1.1.3.f)

Da $b, d, f \in \{1, 2, 3\}$ mit $(b \leq d \leq f)$, gibt es für jede der 10 Zkln nochmals 10 Zkln.

2.2.b 4-Zkl = (a.3.b.3 c.2.d.2 3.1.e.1)

(a.3.1.3 c.2.1.2 3.1.1.1)
(a.3.1.3 c.2.1.2 3.1.2.1)
(a.3.1.3 c.2.1.2 3.1.3.1)
(a.3.1.3 c.2.2.2 3.1.2.1)
(a.3.1.3 c.2.2.2 3.1.3.1)
(a.3.1.3 c.2.3.2 3.1.3.1)
(a.3.2.3 c.2.2.2 3.1.2.1)
(a.3.2.3 c.2.2.2 3.1.3.1)
(a.3.2.3 c.2.3.2 3.1.3.1)
(a.3.3.3 c.2.3.2 3.1.3.1)

Da $a, c \in \{1, 2, 3\}$, sind pro Zkl 3 homogene und 6 heterogene dimensionale Kombinationen, total also 9 Zkln pro Zkl möglich.

2.3. 4-Zkl = (a.3.a.a b.2.b.b c.1.c.c)

(1.3.1.1 1.2.1.1 1.1.1.1)
(1.3.1.1 1.2.1.1 2.1.2.2)
(1.3.1.1 1.2.1.1 3.1.3.3)
(1.3.1.1 2.2.2.2 2.1.2.2)
(1.3.1.1 2.2.2.2 3.1.3.3)
(1.3.1.1 3.2.3.3 3.1.3.3)
(2.3.2.2 2.2.2.2 2.1.2.2)
(2.3.2.2 2.2.2.2 3.1.3.3)
(2.3.2.2 3.2.3.3 3.1.3.3)
(3.3.3.3 3.2.3.3 3.1.3.3)

2.4.a 4-Zkl = (a.3.a.b c.2.c.d e.1.e.f)

(1.3.1.b 1.2.1.d 1.1.1.f)
(1.3.1.b 1.2.1.d 2.1.2.f)
(1.3.1.b 1.2.1.d 3.1.3.f)
(1.3.1.b 2.2.2.d 2.1.2.f)
(1.3.1.b 2.2.2.d 3.1.3.f)
(1.3.1.b 3.2.3.d 3.1.3.f)
(2.3.2.b 2.2.2.d 2.1.2.f)
(2.3.2.b 2.2.2.d 3.1.3.f)
(2.3.2.b 3.2.3.d 3.1.3.f)
(3.3.3.b 3.2.3.d 3.1.3.f)

Da $b, d, f \in \{1, 2, 3\}$ mit $(b \leq d \leq f)$, gibt es für jede der 10 Zkln nochmals 10 Zkln.

2.4.b 4-Zkl = (a.3.b.b c.2.d.d e.1.f.f)

(a.3.1.1 c.2.1.1 e.1.1.1)
(a.3.1.1 c.2.1.1 e.1.2.2)
(a.3.1.1 c.2.1.1 e.1.3.3)
(a.3.1.1 c.2.2.2 e.1.2.2)
(a.3.1.1 c.2.2.2 e.1.3.3)
(a.3.1.1 c.2.3.3 e.1.3.3)
(a.3.2.2 c.2.2.2 e.1.2.2)
(a.3.2.2 c.2.2.2 e.1.3.3)
(a.3.2.2 c.2.3.3 e.1.3.3)
(a.3.3.3 c.2.3.3 e.1.3.3)

Da $a, c, e \in \{1, 2, 3\}$ ohne Ordnungsbeschränkung, gibt es für jede der 10 Zkln 27 Zkln.

2.5. 4-Zkl = (3.3.a.a 2.2.b.b 1.1.c.c)

(3.3.1.1 2.2.1.1 1.1.1.1)
(3.3.1.1 2.2.1.1 1.1.2.2)
(3.3.1.1 2.2.1.1 1.1.3.3)
(3.3.1.1 2.2.2.2 1.1.2.2)
(3.3.1.1 2.2.2.2 1.1.3.3)
(3.3.1.1 2.2.3.3 1.1.3.3)
(3.3.2.2 2.2.2.2 1.1.2.2)
(3.3.2.2 2.2.2.2 1.1.3.3)
(3.3.2.2 2.2.3.3 1.1.3.3)
(3.3.3.3 2.2.3.3 1.1.3.3)

2.6. 4-Zkl = (a.3.a.3 b.2.b.2 c.1.c.1)

(1.3.1.3 1.2.1.2 1.1.1.1)

(1.3.1.3 1.2.1.2 2.1.2.1)
(1.3.1.3 1.2.1.2 3.1.3.1)
(1.3.1.3 2.2.2.2 2.1.2.1)
(1.3.1.3 2.2.2.2 3.1.3.1)
(1.3.1.3 3.2.3.2 3.1.3.1)
(2.3.2.3 2.2.2.2 2.1.2.1)
(2.3.2.3 3.2.3.2 3.1.3.1)
(2.3.2.3 3.2.3.2 3.1.3.1)
(3.3.3.3 3.2.3.2 3.1.3.1)

Zur speziellen Problematik der 4. semiotischen Dimension äussern wir uns in einer nächsten Arbeit.

Bibliographie

- Toth, Alfred, Ein 4-dimensionaler semiotischer Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Inhärenz und Adhärenz im semiotischen Hyperkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Dimensional über- und unterbalancierte semiotische Dualsysteme

1. Wir hatten bereits in Toth (2009) gezeigt, dass in der dimensionierten Peirceschen Zeichenklasse

$$\text{ZR} = (a.3.b \text{ c}.2.d \text{ e}.1.f) \text{ mit } a, c, e \in [1, 4] \text{ und } b, d, f \in \{.1, .2, .3\}$$

für die Summe der semiotischen Dimensionen a, c und e gilt

$$\Sigma p(x) = 6.$$

Wir sprechen also von dimensional balancierten semiotischen Dualsystemen, wenn $\Sigma p(x) = 6$, von dimensional unterbalancierten, wenn $\Sigma p(x) < 6$ und von dimensional überbalancierten, wenn $\Sigma p(x) > 6$.

2. Da das Intervall $[1, 4]$ die Elemente 1, 2, 3, 4 enthält und da in einer triadischen Zeichenrelation drei Plätze bzw. dimensionale "Slots" zu besetzen sind, bekommen wir folgende 27 Dreierkombinationen:

(1, 1, 1)	(2, 2, 2)	(3, 3, 3)	(1, 2, 3)
(1, 1, 2)	(1, 1, 3)	(2, 2, 3)	(1, 3, 2)
(1, 2, 1)	(1, 3, 1)	(2, 3, 2)	(3, 2, 1)
(2, 1, 1)	(3, 1, 1)	(3, 2, 2)	(3, 1, 2)
(2, 2, 1)	(3, 3, 1)	(3, 3, 2)	(2, 3, 1)
(2, 1, 2)	(3, 1, 3)	(3, 2, 3)	(2, 1, 3)
(1, 2, 2)	(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	

Dabei sind die folgenden 10 Kombinationen unterbalanciert:

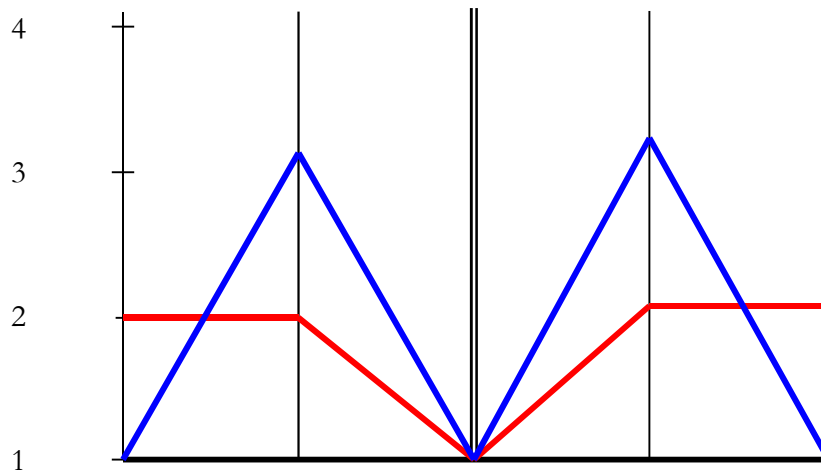
(1, 1, 1), $\Sigma p = 3$	(1, 1, 3), $\Sigma p = 5$
(1, 1, 2), $\Sigma p = 4$	(1, 3, 1), $\Sigma p = 5$
(1, 2, 1), $\Sigma p = 4$	(3, 1, 1), $\Sigma p = 5$
(2, 1, 1), $\Sigma p = 4$	
(2, 2, 1), $\Sigma p = 5$	
(2, 1, 2), $\Sigma p = 5$	
(1, 2, 2), $\Sigma p = 5$	

und die folgenden 10 überbalanciert:

(2, 2, 3), $\Sigma p = 7$	(3, 3, 3), $\Sigma p = 9$
(2, 3, 2), $\Sigma p = 7$	(3, 3, 2), $\Sigma p = 8$
(3, 2, 2), $\Sigma p = 7$	(3, 2, 3), $\Sigma p = 8$
(3, 3, 1), $\Sigma p = 7$	(2, 3, 3), $\Sigma p = 8$
(3, 1, 3), $\Sigma p = 7$	
(1, 3, 3), $\Sigma p = 7$	

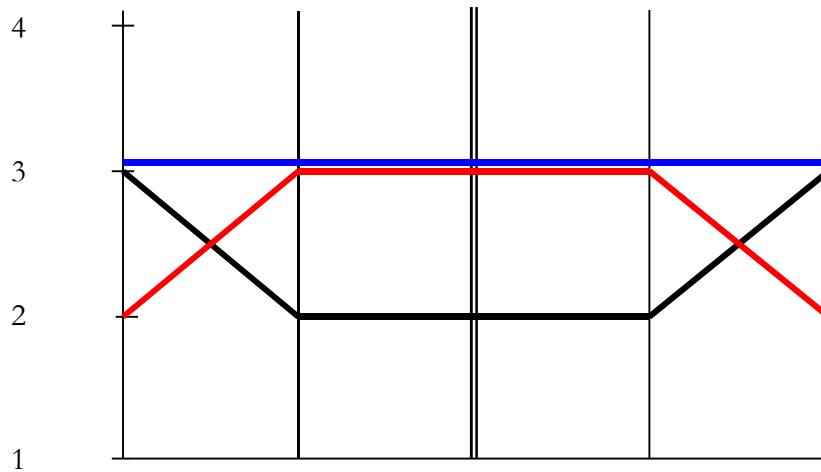
Beispiel für drei dimensional unterbalancierte Dualsysteme:

(1,1,1), (2,2,1), (1,3,1)



Beispiel für drei dimensional überbalancierte Dualsysteme:

(3,2,2), (2,3,3), (3,3,3)



3. Schauen wir uns nun die möglichen Zeichenrelationen an für **(1,1,1), (2,2,1), (1,3,1)**. Für (1,1,1) ergeben sich z.B. folgenden Möglichkeiten:

(3.a 2.b 1.c)

(a.b 2.1 c.3)

also keinesfalls eine Zeichenklasse und nicht einmal eine Dyade. Für (2,2,1) gibt es z.B.

(3.a 2.3 1.2)

(a.2 2.3 1.3)

und für (1,3,1)

(3.2 2.2 1.a)
(3.2 2.2 a.1)

D.h. für zwei Dyaden muss $\Sigma p \geq 5$, da für die geringste Dyade gilt: $Rpw(2.1 1.1) = 5$.

Soviel zu den unterbalancierten. Bei den überbalancierten haben wir: **(3,2,2), (2,3,3), (3,3,3)**. Für (3,2,2) ergeben sich z.B.

(3.1 2.3 1.3), Überschuss: 1 W,

für (2,3,3)

(3.1 2.2 1.3), Überschuss: 1 M, 1 W

für (3,3,3):

(3.2 2.3 1.3), Überschuss: 1 W, 2 M

Wenn man, wie in Toth (2009), Überbalanciertheit als Repräsentationsüberschuss und damit als Überrepräsentiertheit und entsprechend Unterbalanciertheit als Unterrepräsentiertheit interpretiert, kann man in der dimensional Überbalanciertheit von Zeichenrelationen das semiotische Pendant zur logischen Subjektivität sehen, die nicht auf Objektivität abgebildet werden kann und daher als "Gespenst" ihr Dasein fristen muss (Günther 1980, S. 230 f.; 2000, S. 208). Unterbalanciertheit würde dann bedeuten, dass Objektivität nicht auf Subjektivität abgebildet werden kann, das heisst, dass es Teile der objektiven Welt gibt, die nicht durch ein Subjekt wahrnehmbar sind. Dieser letztere Fall ist polykontextural nicht erreichbar.

Bibliographie

- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980
Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000
Toth, Alfred, Repräsentationsüberschuss. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Revidiertes dreidimensional-triadisches Dualsystem

Die Betrachtung der räumlichen Struktur dreidimensionaler struktureller Realitäten (Toth 2009b), wie sie von den dualen Realitätsthematiken der ursprünglich 96 dreidimensionalen triadischen Zeichenklassen (Toth 2009a) präsentiert werden, hat es nötig gemacht, dieses Dualsystem im Subsystem der argumentischen Drittheit (3.3.a), $a \in \{.1, .2, .3\}$ weiter zu differenzieren, wobei die mehrdeutige semiotische Ordnung

$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

beibehalten ist. Ich gebe daher im folgenden das nunmehr komplette dreidimensional-triadische Dualsystem der 114 Zeichenklassen und Realitätsthematiken zusammen mit den hervorgehobenen strukturellen Realitäten, wobei die 18 zusätzlichen Zeichenklassen durch Fettdruck hervorgehoben sind:

- 1 (3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 2 (3.1.1 2.1.1 1.1.2) × (2.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 3 (3.1.1 2.1.1 1.1.3) × (3.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 4 (3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 5 (3.1.1 2.1.1 1.2.2) × (2.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 6 (3.1.1 2.1.1 1.2.3) × (3.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 7 (3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 8 (3.1.1 2.1.1 1.3.2) × (2.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 9 (3.1.1 2.1.1 1.3.3) × (3.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 10 (3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 11 (3.1.1 2.1.2 1.1.2) × (2.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 13 (3.1.1 2.1.2 1.2.1) × (1.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 14 (3.1.1 2.1.2 1.2.2) × (2.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 15 (3.1.1 2.1.2 1.2.3) × (3.2.1 1.2.1 1.1.3)
- 16 (3.1.1 2.1.2 1.3.1) × (1.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 17 (3.1.1 2.1.2 1.3.2) × (2.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 18 (3.1.1 2.1.2 1.3.3) × (3.3.1 2.1.2 1.1.3)
- 19 (3.1.1 2.1.3 1.1.1) × (1.1.1 3.1.2 1.1.3)
- 20 (3.1.1 2.1.3 1.1.2) × (2.1.1 3.1.2 1.1.3)
- 21 (3.1.1 2.1.3 1.1.3) × (3.1.1 3.1.2 1.1.3)
- 22 (3.1.1 2.1.3 1.2.1) × (1.2.1 3.1.2 1.1.3)
- 23 (3.1.1 2.1.3 1.2.2) × (2.2.1 3.1.2 1.1.3)
- 24 (3.1.1 2.1.3 1.2.3) × (3.2.1 3.1.2 1.1.3)
- 25 (3.1.1 2.1.3 1.3.1) × (1.3.1 3.1.2 1.1.3)
- 26 (3.1.1 2.1.3 1.3.2) × (2.3.1 3.1.2 1.1.3)
- 27 (3.1.1 2.1.3 1.3.3) × (3.3.1 3.1.2 1.1.3)

- 28 (3.1.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.1.3)
- 29 (3.1.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.1.3)
- 30 (3.1.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.1.3)
- 31 (3.1.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.1.3)
- 32 (3.1.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.1.3)
- 33 (3.1.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.1.3)
- 34 (3.1.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.1.3)
- 35 (3.1.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.1.3)
- 36 (3.1.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.1.3)
- 37 (3.1.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 38 (3.1.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 39 (3.1.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 2.1.3)
- 40 (3.1.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 2.2.2 2.1.3)
- 41 (3.1.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.1.3)
- 42 (3.1.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 2.2.2 2.1.3)
- 43 (3.1.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.1.3)
- 44 (3.1.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.1.3)
- 45 (3.1.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.1.3)
- 46 (3.1.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.1.3)
- 47 (3.1.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.1.3)
- 48 (3.1.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.1.3)
- 49 (3.1.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 50 (3.1.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 51 (3.1.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.1.3)
- 52 (3.2.1 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 1.2.3)
- 53 (3.2.1 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 1.2.3)
- 54 (3.2.1 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 1.2.3)
- 55 (3.2.1 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 1.2.3)
- 56 (3.2.1 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 1.2.3)
- 57 (3.2.1 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 1.2.3)
- 58 (3.2.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 60 (3.2.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 61 (3.2.2 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 62 (3.2.2 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 64 (3.2.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 65 (3.2.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 66 (3.2.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 67 (3.2.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 68 (3.2.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 69 (3.2.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 2.2.2 2.2.3)

- 70 (3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 71 (3.2.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 72 (3.2.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 73 (3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 74 (3.2.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 75 (3.2.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 76 (3.2.3 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 77 (3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 78 (3.2.3 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 80 (3.2.3 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 81 (3.2.3 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 82 (3.2.3 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 83 (3.2.3 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 84 (3.2.3 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 85 (3.2.3 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 86 (3.2.3 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 87 (3.2.3 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 88 (3.3.1 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 1.3.3)**
- 89 (3.3.1 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 1.3.3)**
- 90 (3.3.1 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 1.3.3)**
- 91 (3.3.1 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 1.3.3)**
- 92 (3.3.1 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 1.3.3)**
- 93 (3.3.1 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 1.3.3)**
- 94 (3.3.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.3.3)**
- 95 (3.3.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.3.3)**
- 96 (3.3.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.3.3)**
- 97 (3.3.2 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 2.3.3)**
- 98 (3.3.2 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 2.3.3)**
- 99 (3.3.2 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 2.3.3)**
- 100 (3.3.2 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 2.3.3)**
- 101 (3.3.2 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 2.3.3)**
- 102 (3.3.2 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 2.3.3)**
- 103 (3.3.2 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 2.3.3)**
- 104 (3.3.2 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 2.3.3)**
- 105 (3.3.2 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 2.3.3)**
- 106 (3.3.3 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 3.3.3)
- 107 (3.3.3 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 3.3.3)
- 108 (3.3.3 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 3.3.3)
- 109 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3)
- 110 (3.3.3 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 3.3.3)
- 111 (3.3.3 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 3.3.3)

- 112 (3.3.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.3.3)
 113 (3.3.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.3.3)
 114 (3.3.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.3.3)

Wie man erkennt, kommen hiermit realitätstheoretisch

1. eine trichotomische Triade mit Mittel-Thematisanten

- 88 (3.3.1 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 1.3.3)
 89 (3.3.1 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 1.3.3)
 90 (3.3.1 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 1.3.3)

2. 4 weitere Mittelthematisierungen

- 92 (3.3.1 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 1.3.3)
 96 (3.3.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.3.3)
 98 (3.3.2 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 2.3.3)
 100 (3.3.2 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 2.3.3)

3. 4 weitere Objektthematisierungen

- 91 (3.3.1 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 1.3.3)
 97 (3.3.2 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 2.3.3)
 101 (3.3.2 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 2.3.3)
 105 (3.3.2 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 2.3.3)

4. 3 weitere Interpretantenthematisierungen

- 94 (3.3.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.3.3)
 102 (3.3.2 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 2.3.3)
 104 (3.3.2 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 2.3.3)

5. sowie 4 weitere triadische Realitäten hinzu, von denen Nr. 93 eine Form der Eigenrealität und Nr. 103 eine Form der Kategorienrealität ist.

- 93 (3.3.1 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 1.3.3)
 95 (3.3.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.3.3)
 99 (3.3.2 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 2.3.3)
 103 (3.3.2 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 2.3.3)

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die räumliche Struktur dreidimensionaler triadischer Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die fraktalen Dimensionsgraphen der semiotischen Dualsysteme

1. In Toth (2009a, b) wurden die fraktalen Eigendimensionen der semiotischen Dualsysteme bestimmt. Diese verändern sich also nicht bei der Dualisation einer Zeichenklasse oder einer Realitätsthematik:

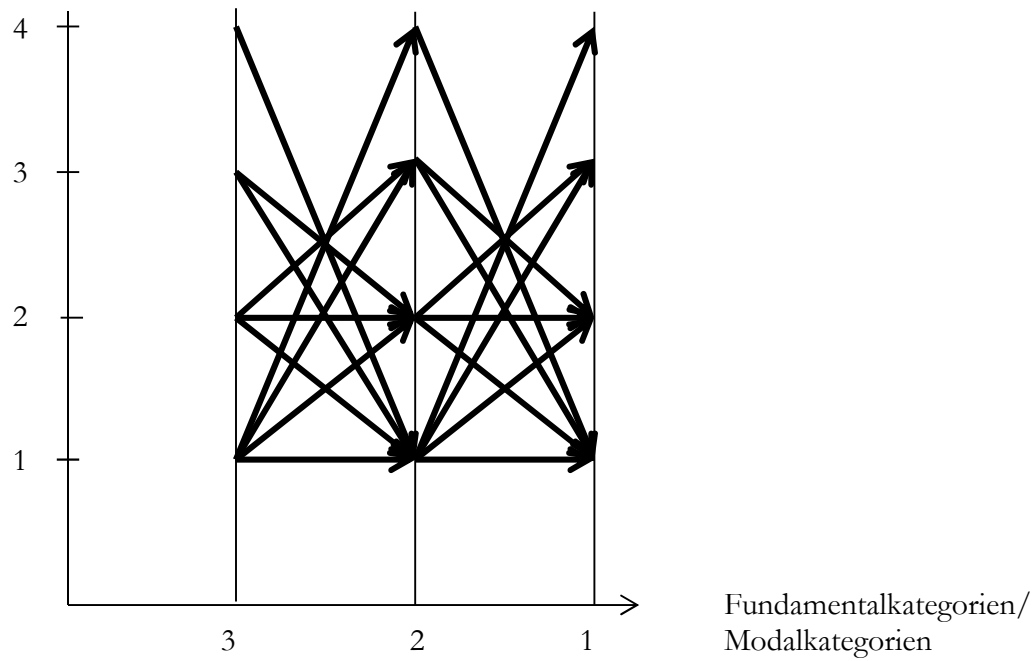
1. $((1/6) 3.1 (1/6) 2.1 (4/6) 1.1) \times ((4/6) 1.1 (1/6) 1.2 (1/6) 1.3)$
2. $((1/6) 3.1 (2/6) 2.1 (3/6) 1.2) \times ((3/6) 2.1 (2/6) 1.2 (1/6) 1.3)$
3. $((2/6) 3.1 (1/6) 2.1 (3/6) 1.3) \times ((3/6) 3.1 (1/6) 1.2 (2/6) 1.3)$
4. $((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 1.2) \times ((2/6) 2.1 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3)$
5. $((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3) \times ((2/6) 3.1 (2/6) 2.2 (2/6) 1.3)$
6. $((3/6) 3.1 (1/6) 2.3 (2/6) 1.3) \times ((2/6) 3.1 (1/6) 3.2 (3/6) 1.3)$
7. $((1/6) 3.2 (4/6) 2.2 (1/6) 1.2) \times ((1/6) 2.1 (4/6) 2.2 (1/6) 2.3)$
8. $((2/6) 3.2 (3/6) 2.2 (1/6) 1.3) \times ((1/6) 3.1 (3/6) 2.2 (2/6) 2.3)$
9. $((3/6) 3.2 (2/6) 2.3 (1/6) 1.3) \times ((1/6) 3.1 (2/6) 3.2 (3/6) 2.3)$
10. $((4/6) 3.3 (1/6) 2.3 (1/6) 1.3) \times ((1/6) 3.1 (1/6) 3.2 (4/6) 3.3)$

Wenn man sich bewusst ist, dass es sich bei den Dimensionszahlen um Sechstel handelt, kann man die 10 Dualsysteme abgekürzt wie folgt notieren:

1. $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 4.1.1) \times (4.1.1 \ 1.1.2 \ 1.1.3)$
2. $(1.3.1 \ 2.2.1 \ 3.1.2) \times (3.2.1 \ 2.1.2 \ 1.1.3)$
3. $(2.3.1 \ 1.2.1 \ 3.1.3) \times (3.3.1 \ 1.1.2 \ 2.1.3)$
4. $(1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.1.2) \times (2.2.1 \ 3.2.2 \ 1.1.3)$
5. $(2.3.1 \ 2.2.2 \ 2.1.3) \times (2.3.1 \ 2.2.2 \ 2.1.3)$
6. $(3.3.1 \ 1.2.3 \ 2.1.3) \times (2.3.1 \ 1.3.2 \ 3.1.3)$
7. $(1.3.2 \ 4.2.2 \ 1.1.2) \times (1.2.1 \ 4.2.2 \ 1.2.3)$
8. $(2.3.2 \ 3.2.2 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 3.2.2 \ 2.2.3)$
9. $(3.3.2 \ 2.2.3 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 2.3.2 \ 3.2.3)$
10. $(4.3.3 \ 1.2.3 \ 1.1.3) \times (1.3.1 \ 1.3.2 \ 4.3.3)$

Die Tatsache, dass z.B. (4.1.1) nicht zu (1.1.4) dualisiert wird, hat allerdings keine Bedeutung; die Notation (4.1.1) dient lediglich der besseren Unterscheidung von Subzeichen und Dimensionszahlen. Man kann nun die durch ihre Eigendimensionen erweiterten Zeichenklassen in Graphen darstellen, auf deren Abszisse die Fundamental-, resp. Modalkategorien und auf deren Ordinate die Dimensionen (in Sechsteln) eingetragen sind.

2.



Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Norm- und Eigendimensionen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die Konstruktion dreidimensionaler Dualsysteme

1. Wenn wir ausgehen von der zweidimensionalen triadischen Zeichenrelation

$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c),$$

dann gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten, ZR zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation zu erweitern. Wir führen zuerst die semiotische Dimensionszahl

$$sD = \{1, 2, 3\}$$

ein, die natürlich Werte für alle drei semiotischen Dimensionen annehmen kann. Da nun die zweidimensionale Zeichentriade als aus Dyaden zusammengesetzt gedacht wird (vgl. Walther 1979, S. 79), erhalten wir folgende zwei Möglichkeiten

$$3\text{-ZR}(1) = (a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

$$3\text{-ZR}(2) = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f),$$

d.h. die semiotische Dimensionszahl wird entweder links oder rechts von den die Triade konstituierenden Dyaden plaziert.

2. Bei 3-ZR(2) gibt es allerdings noch eine weitere Möglichkeit, da hier die x, y und z in

$$(x.a.b \ y.c.d \ z.e.f)$$

sowohl als Dimensionszahl als auch als Triade interpretiert werden können. Konstruiert man auf dieser Basis semiotische Dualsysteme, erhält man genau die in Toth (2009) präsentierten 114 Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die ich der Vollständigkeit halber hier nochmals aufliste:

- 1 (3.1.1 2.1.1 1.1.1) × (1.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 2 (3.1.1 2.1.1 1.1.2) × (2.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 3 (3.1.1 2.1.1 1.1.3) × (3.1.1 1.1.2 1.1.3)
- 4 (3.1.1 2.1.1 1.2.1) × (1.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 5 (3.1.1 2.1.1 1.2.2) × (2.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 6 (3.1.1 2.1.1 1.2.3) × (3.2.1 1.1.2 1.1.3)
- 7 (3.1.1 2.1.1 1.3.1) × (1.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 8 (3.1.1 2.1.1 1.3.2) × (2.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 9 (3.1.1 2.1.1 1.3.3) × (3.3.1 1.1.2 1.1.3)
- 10 (3.1.1 2.1.2 1.1.1) × (1.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 11 (3.1.1 2.1.2 1.1.2) × (2.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 12 (3.1.1 2.1.2 1.1.3) × (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
- 13 (3.1.1 2.1.2 1.2.1) × (1.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 14 (3.1.1 2.1.2 1.2.2) × (2.2.1 2.1.2 1.1.3)
- 15 (3.1.1 2.1.2 1.2.3) × (3.2.1 1.2.1 1.1.3)

- 58 (3.2.1 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 59 (3.2.1 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 60 (3.2.1 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 1.2.3)
- 61 (3.2.2 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 62 (3.2.2 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 63 (3.2.2 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 2.2.3)
- 64 (3.2.2 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 65 (3.2.2 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 66 (3.2.2 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 2.2.3)
- 67 (3.2.2 2.2.2 1.3.1) × (1.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 68 (3.2.2 2.2.2 1.3.2) × (2.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 69 (3.2.2 2.2.2 1.3.3) × (3.3.1 2.2.2 2.2.3)
- 70 (3.2.2 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 71 (3.2.2 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 72 (3.2.2 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 2.2.3)
- 73 (3.2.2 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 74 (3.2.2 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 75 (3.2.2 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 2.2.3)
- 76 (3.2.3 2.2.1 1.2.1) × (1.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 77 (3.2.3 2.2.1 1.2.2) × (2.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 78 (3.2.3 2.2.1 1.2.3) × (3.2.1 1.2.2 3.2.3)
- 79 (3.2.3 2.2.2 1.2.1) × (1.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 80 (3.2.3 2.2.2 1.2.2) × (2.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 81 (3.2.3 2.2.2 1.2.3) × (3.2.1 2.2.2 3.2.3)
- 82 (3.2.3 2.2.3 1.2.1) × (1.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 83 (3.2.3 2.2.3 1.2.2) × (2.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 84 (3.2.3 2.2.3 1.2.3) × (3.2.1 3.2.2 3.2.3)
- 85 (3.2.3 2.2.3 1.3.1) × (1.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 86 (3.2.3 2.2.3 1.3.2) × (2.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 87 (3.2.3 2.2.3 1.3.3) × (3.3.1 3.2.2 3.2.3)
- 88 (3.3.1 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 1.3.3)
- 89 (3.3.1 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 1.3.3)
- 90 (3.3.1 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 1.3.3)
- 91 (3.3.1 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 1.3.3)
- 92 (3.3.1 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 1.3.3)
- 93 (3.3.1 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 1.3.3)
- 94 (3.3.1 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 1.3.3)
- 95 (3.3.1 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 1.3.3)
- 96 (3.3.1 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 1.3.3)
- 97 (3.3.2 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 2.3.3)
- 98 (3.3.2 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 2.3.3)
- 99 (3.3.2 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 2.3.3)

- 100 (3.3.2 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 2.3.3)
 101 (3.3.2 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 2.3.3)
 102 (3.3.2 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 2.3.3)
 103 (3.3.2 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 2.3.3)
 104 (3.3.2 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 2.3.3)
 105 (3.3.2 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 2.3.3)
 106 (3.3.3 2.3.1 1.3.1) × (1.3.1 1.3.2 3.3.3)
 107 (3.3.3 2.3.1 1.3.2) × (2.3.1 1.3.2 3.3.3)
 108 (3.3.3 2.3.1 1.3.3) × (3.3.1 1.3.2 3.3.3)
 109 (3.3.3 2.3.2 1.3.1) × (1.3.1 2.3.2 3.3.3)
 110 (3.3.3 2.3.2 1.3.2) × (2.3.1 2.3.2 3.3.3)
 111 (3.3.3 2.3.2 1.3.3) × (3.3.1 2.3.2 3.3.3)
 112 (3.3.3 2.3.3 1.3.1) × (1.3.1 3.3.2 3.3.3)
 113 (3.3.3 2.3.3 1.3.2) × (2.3.1 3.3.2 3.3.3)
 114 (3.3.3 2.3.3 1.3.3) × (3.3.1 3.3.2 3.3.3)

3. Bei den zwei übrigen Fällen, also 3-ZR(1) und 3-ZR(2) ohne Identifikation von triadischem Wert mit semiotischer Dimensionszahl, kann also die jeweilige Dimensionszahl in

3-ZR(1) = (a.3.b c.2.d e.1.f) mit a, c, e ∈ {1, 2, 3} und

3-ZR(2) = (3.a.b 2.c.d 1.e.f) mit b, d, f ∈ {1, 2, 3}

alle drei semiotischen Werte annehmen. Da bei den in eckige Klammern gesetzten Dyaden in

3-ZR(1) = (a.[3.b] c.[2.d] e.[1.f]) und

3-ZR(2) = ([3.a].b [2.c].d [1.e].f)

die trichotomischen Werte (.b, .d, .f) bzw. (.a, .c, .e) der semiotischen inklusiven Ordnung

(b ≤ d ≤ f) bzw. (a ≤ c ≤ e)

genügen, können auf der Basis von 3-ZR(1) und 3-ZR(2) (ohne Identifikation der Dimensionszahl mit der Triade) je verschiedene Anzahlen von Dualsystemen konstruiert werden.

3.1. Dualsysteme über 3-ZR(1) = (a.[3.b] c.[2.d] e.[1.f])

Eine einfache kombinatorische Überlegung sagt uns, dass es bei Nichtidentifikation der Dimensionszahl mit dem triadischem Wert pro Dualsystem genau die folgenden 23 Möglichkeiten gibt:

- (1.3.1 1.2.1 1.1.1)
 (1.3.1 1.2.1 2.1.1), (2.3.1 1.2.1 1.1.1), (1.3.1 2.2.1 1.1.1)
 (1.3.1 1.2.1 3.1.1), (3.3.1 1.2.1 1.1.1), (1.3.1 3.2.1 1.1.1)
 (1.3.1 1.2.1 2.1.1),
 (1.3.1 2.2.1 2.1.1), (2.3.1 2.2.1 1.3.1), (2.3.1 1.2.1 2.1.1)
 (2.3.1 2.2.1 2.1.1)

(1.3.1 1.2.1 3.1.1),
 (1.3.1 3.2.1 3.1.1), (3.3.1 3.2.1 1.1.1), (3.3.1 1.2.1 3.1.1)
 (3.3.1 3.2.1 3.1.1)
 (3.3.1 2.2.1 1.1.1), (3.3.1 1.2.1 2.1.1), (2.3.1 3.2.1 1.1.1), (2.3.1 1.2.1 3.1.1), (1.3.1 3.2.1 1.1.1), (1.3.1 1.2.1 2.1.1),

wobei die rechts aufgeführten Zeichenklassen Permutationen der ganz links stehenden sind.

Damit gibt es also bei 10 2-dimensionalen Dualsystemen total 230 3-dimensionale Dualsysteme.

3.2. Dualsysteme über 3-ZR(2) = ([3.a].b [2.c].d [1.e].f)

Da hier die Dimensionszahlen rechts von den Dyaden angefügt werden, müssen sie natürlich der semiotischen Inclusionsordnung ($b \leq d \leq f$) genügen, d.h. wir erhalten für jede der zehn 2-dimensionalen Dualsysteme 10, und zwar nach dem folgenden Muster

(3.1.1 2.1.1 1.1.1)
 (3.1.1 2.1.1 1.1.2)
 (3.1.1 2.1.1 1.1.3)
 (3.1.1 2.1.2 1.1.2)
 (3.1.1 2.1.2 1.1.3)
 (3.1.1 2.1.3 1.1.3)
 (3.1.2 2.1.2 1.1.2)
 (3.1.2 2.1.2 1.1.3)
 (3.1.2 2.1.3 1.1.3)
 (3.1.3 2.1.3 1.1.3),

so dass wir also insgesamt bei 10 2-dimensionalen Dualsystemen 100 3-dimensionale Dualsysteme bekommen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Revidiertes dreidimensional-triadisches Dualsystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009
 Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Positionen der präsemiotischen Trichotomie in den dreidimensionalen Dualsystemen

1. In dem dreidimensionalen triadischen Dualsystem

$$(3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f) \times (f.e.1 \ d.c.2 \ b.a.3)$$

finden wir die sog. Doppeltrichotomien. Die erste Trichotomie, d.h. die Werte a, c, e in den Zeichenklassen, und die zweite Trichotomie, d.h. die Werte 1, 2, 3 in den Realitätsthematiken, wurden in Toth (2009a, b) als kategoriale Mitführungen der vom Zeichen substituierten Objekte, d.h. als präsemiotische Trichotomie verstanden, wie sie von Götz (1982, S. 4, 28) in die Semiotik eingeführt worden war. Die Verteilung dieser "zweiten trichotomischen Werte" in den Zeichenklassen und Realitätsthematiken wird dabei durch die offene semiotische Ordnung

$$(a \Leftrightarrow b) \leq (c \Leftrightarrow d) \leq (\Leftrightarrow f)$$

eindeutig bestimmt und führt zu einem System von 114 semiotischen Dualsystemen (Toth 2009c). In der folgenden Arbeit sollen die diesen Dualsystemen inhärenten strukturellen Verteilungen der kategorialen Werte der präsemiotischen Trichotomie untersucht werden.

1	(3.1. 1	2.1. 1	1.1. 1) × (1.1. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
2	(3.1. 1	2.1. 1	1.1. 2) × (2.1. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
3	(3.1. 1	2.1. 1	1.1. 3) × (3.1. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
4	(3.1. 1	2.1. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
5	(3.1. 1	2.1. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
6	(3.1. 1	2.1. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
7	(3.1. 1	2.1. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
8	(3.1. 1	2.1. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
9	(3.1. 1	2.1. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	<u>1.1.</u> 2	1.1. 3
10	(3.1. 1	2.1. 2	1.1. 1) × (<u>1.1.</u> 1	2.1. 2	1.1. 3
11	(3.1. 1	2.1. 2	1.1. 2) × (<u>2.1.</u> 1	2.1. 2	1.1. 3
12	(3.1. 1	2.1. 2	1.1. 3) × (<u>3.1.</u> 1	<u>2.1.</u> 2	1.1. 3
13	(3.1. 1	2.1. 2	1.2. 1) × (<u>1.2.</u> 1	2.1. 2	1.1. 3
14	(3.1. 1	2.1. 2	1.2. 2) × (<u>2.2.</u> 1	<u>2.1.</u> 2	1.1. 3
15	(3.1. 1	2.1. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	<u>1.2.</u> 1	1.1. 3
16	(3.1. 1	2.1. 2	1.3. 1) × (<u>1.3.</u> 1	<u>2.1.</u> 2	1.1. 3
17	(3.1. 1	2.1. 2	1.3. 2) × (<u>2.3.</u> 1	2.1. 2	1.1. 3
18	(3.1. 1	2.1. 2	1.3. 3) × (<u>3.3.</u> 1	<u>2.1.</u> 2	1.1. 3

19	(3.1.	1	2.1.	3	1.1.	1) × (1.1.	1	3.1.	2	1.1.	3)
20	(3.1.	1	2.1.	3	1.1.	2) × (2.1.	1	3.1.	2	1.1.	3)
21	(3.1.	1	2.1.	3	1.1.	3) × (3.1.	1	3.1.	2	1.1.	3)
22	(3.1.	1	2.1.	3	1.2.	1) × (1.2.	1	3.1.	2	1.1.	3)
23	(3.1.	1	2.1.	3	1.2.	2) × (2.2.	1	3.1.	2	1.1.	3)
24	(3.1.	1	2.1.	3	1.2.	3) × (3.2.	1	3.1.	2	1.1.	3)
25	(3.1.	1	2.1.	3	1.3.	1) × (1.3.	1	3.1.	2	1.1.	3)
26	(3.1.	1	2.1.	3	1.3.	2) × (2.3.	1	3.1.	2	1.1.	3)
27	(3.1.	1	2.1.	3	1.3.	3) × (3.3.	1	3.1.	2	1.1.	3)
28	(3.1.	1	2.2.	2	1.2.	1) × (1.2.	1	2.2.	2	1.1.	3)
29	(3.1.	1	2.2.	2	1.2.	2) × (2.2.	1	2.2.	2	1.1.	3)
30	(3.1.	1	2.2.	2	1.2.	3) × (3.2.	1	2.2.	2	1.1.	3)
31	(3.1.	1	2.2.	3	1.2.	1) × (1.2.	1	3.2.	2	1.1.	3)
32	(3.1.	1	2.2.	3	1.2.	2) × (2.2.	1	3.2.	2	1.1.	3)
33	(3.1.	1	2.2.	3	1.2.	3) × (3.2.	1	3.2.	2	1.1.	3)
34	(3.1.	1	2.3.	3	1.3.	1) × (1.3.	1	3.3.	2	1.1.	3)
35	(3.1.	1	2.3.	3	1.3.	2) × (2.3.	1	3.3.	2	1.1.	3)
36	(3.1.	1	2.3.	3	1.3.	3) × (3.3.	1	3.3.	2	1.1.	3)
37	(3.1.	2	2.2.	2	1.2.	1) × (1.2.	1	2.2.	2	2.1.	3)
38	(3.1.	2	2.2.	2	1.2.	2) × (2.2.	1	2.2.	2	2.1.	3)
39	(3.1.	2	2.2.	2	1.2.	3) × (3.2.	1	2.2.	2	2.1.	3)
40	(3.1.	2	2.2.	2	1.3.	1) × (1.3.	1	2.2.	2	2.1.	3)
41	(3.1.	2	2.2.	2	1.3.	2) × (2.3.	1	2.2.	2	2.1.	3)
42	(3.1.	2	2.2.	2	1.3.	3) × (3.3.	1	2.2.	2	2.1.	3)
43	(3.1.	2	2.2.	3	1.2.	1) × (1.2.	1	3.2.	2	2.1.	3)
44	(3.1.	2	2.2.	3	1.2.	2) × (2.2.	1	3.2.	2	2.1.	3)
45	(3.1.	2	2.2.	3	1.2.	3) × (3.2.	1	3.2.	2	2.1.	3)
46	(3.1.	2	2.2.	3	1.3.	1) × (1.3.	1	3.2.	2	2.1.	3)
47	(3.1.	2	2.2.	3	1.3.	2) × (2.3.	1	3.2.	2	2.1.	3)
48	(3.1.	2	2.2.	3	1.3.	3) × (3.3.	1	3.2.	2	2.1.	3)
49	(3.1.	3	2.3.	3	1.3.	1) × (1.3.	1	3.3.	2	3.1.	3)
50	(3.1.	3	2.3.	3	1.3.	2) × (2.3.	1	3.3.	2	3.1.	3)
51	(3.1.	3	2.3.	3	1.3.	3) × (3.3.	1	3.3.	2	3.1.	3)
52	(3.2.	1	2.2.	1	1.2.	1) × (1.2.	1	1.2.	2	1.2.	3)
53	(3.2.	1	2.2.	1	1.2.	2) × (2.2.	1	1.2.	2	1.2.	3)
54	(3.2.	1	2.2.	1	1.2.	3) × (3.2.	1	1.2.	2	1.2.	3)
55	(3.2.	1	2.2.	2	1.2.	1) × (1.2.	1	2.2.	2	1.2.	3)
56	(3.2.	1	2.2.	2	1.2.	2) × (2.2.	1	2.2.	2	1.2.	3)
57	(3.2.	1	2.2.	2	1.2.	3) × (3.2.	1	2.2.	2	1.2.	3)
58	(3.2.	1	2.2.	3	1.2.	1) × (1.2.	1	3.2.	2	1.2.	3)

59	(3.2. 1	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	1.2. 3
60	(3.2. 1	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	1.2. 3
61	(3.2. 2	2.2. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	1.2. 2	2.2. 3
62	(3.2. 2	2.2. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	1.2. 2	2.2. 3
63	(3.2. 2	2.2. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	1.2. 2	2.2. 3
64	(3.2. 2	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	2.2. 3
65	(3.2. 2	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	2.2. 3
66	(3.2. 2	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	2.2. 3
67	(3.2. 2	2.2. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.2. 2	2.2. 3
68	(3.2. 2	2.2. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.2. 2	2.2. 3
69	(3.2. 2	2.2. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.2. 2	2.2. 3
70	(3.2. 2	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	2.2. 3
71	(3.2. 2	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	2.2. 3
72	(3.2. 2	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	2.2. 3
73	(3.2. 2	2.2. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.2. 2	2.2. 3
74	(3.2. 2	2.2. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.2. 2	2.2. 3
75	(3.2. 2	2.2. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.2. 2	2.2. 3
76	(3.2. 3	2.2. 1	1.2. 1) × (1.2. 1	1.2. 2	3.2. 3
77	(3.2. 3	2.2. 1	1.2. 2) × (2.2. 1	1.2. 2	3.2. 3
78	(3.2. 3	2.2. 1	1.2. 3) × (3.2. 1	1.2. 2	3.2. 3
79	(3.2. 3	2.2. 2	1.2. 1) × (1.2. 1	2.2. 2	3.2. 3
80	(3.2. 3	2.2. 2	1.2. 2) × (2.2. 1	2.2. 2	3.2. 3
81	(3.2. 3	2.2. 2	1.2. 3) × (3.2. 1	2.2. 2	3.2. 3
82	(3.2. 3	2.2. 3	1.2. 1) × (1.2. 1	3.2. 2	3.2. 3
83	(3.2. 3	2.2. 3	1.2. 2) × (2.2. 1	3.2. 2	3.2. 3
84	(3.2. 3	2.2. 3	1.2. 3) × (3.2. 1	3.2. 2	3.2. 3
85	(3.2. 3	2.2. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.2. 2	3.2. 3
86	(3.2. 3	2.2. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.2. 2	3.2. 3
87	(3.2. 3	2.2. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.2. 2	3.2. 3
88	(3.3. 1	2.3. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.3. 2	1.3. 3
89	(3.3. 1	2.3. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.3. 2	1.3. 3
90	(3.3. 1	2.3. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.3. 2	1.3. 3
91	(3.3. 1	2.3. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.3. 2	1.3. 3
92	(3.3. 1	2.3. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.3. 2	1.3. 3
93	(3.3. 1	2.3. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.3. 2	1.3. 3
94	(3.3. 1	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	1.3. 3
95	(3.3. 1	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	1.3. 3
96	(3.3. 1	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	1.3. 3
97	(3.3. 2	2.3. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.3. 2	2.3. 3
98	(3.3. 2	2.3. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.3. 2	2.3. 3

99	(3.3. 2	2.3. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.3. 2	2.3. 3)
100	(3.3. 2	2.3. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.3. 2	2.3. 3)
101	(3.3. 2	2.3. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.3. 2	2.3. 3)
102	(3.3. 2	2.3. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.3. 2	2.3. 3)
103	(3.3. 2	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	2.3. 3)
104	(3.3. 2	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	2.3. 3)
105	(3.3. 2	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	2.3. 3)
106	(3.3. 3	2.3. 1	1.3. 1) × (1.3. 1	1.3. 2	3.3. 3)
107	(3.3. 3	2.3. 1	1.3. 2) × (2.3. 1	1.3. 2	3.3. 3)
108	(3.3. 3	2.3. 1	1.3. 3) × (3.3. 1	1.3. 2	3.3. 3)
109	(3.3. 3	2.3. 2	1.3. 1) × (1.3. 1	2.3. 2	3.3. 3)
110	(3.3. 3	2.3. 2	1.3. 2) × (2.3. 1	2.3. 2	3.3. 3)
111	(3.3. 3	2.3. 2	1.3. 3) × (3.3. 1	2.3. 2	3.3. 3)
112	(3.3. 3	2.3. 3	1.3. 1) × (1.3. 1	3.3. 2	3.3. 3)
113	(3.3. 3	2.3. 3	1.3. 2) × (2.3. 1	3.3. 2	3.3. 3)
114	(3.3. 3	2.3. 3	1.3. 3) × (3.3. 1	3.3. 2	3.3. 3)

Wenn man also die präsemiotischen trichotomischen Werte in den Realitätsthematiken via deren Positionen (und damit primär unabhängig von den Zeichenklassen) definiert, wie wir das in dieser Arbeit getan haben, ergibt sich im gesamten realitätsthematischen Teil des dreidimensionalen triadischen Dualsystems eine konstante Verteilung der drei Primzeichen in semiosischer Ordnung als zweite Trichotomien. Daraus folgt aber, dass diese präsemiotischen trichotomischen Werte in den Realitätsthematiken mit jeder Wertbelegung bzw. Primzeichen-Permutation der entsprechenden präsemiotischen Werte in den Zeichenklassen kombiniert werden können. Da den 114 präsemiotischen Realitätsthematiken nur 27 Permutationen gegenüberstehen, sind diese Abbildungen allerdings nicht bijektiv.

Bibliographie

- Götz, Matthias, Schein Designs. Diss. Stuttgart 1982
 Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
 Toth, Alfred, Typologie dreidimensionaler semiotischer Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
 Toth, Alfred, Revidiertes dreidimensional-triadisches Dualsystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics.2009c

Prof. Dr. Alfred Toth

Die präsemiotischen Dualsysteme nicht-transzendenter Zeichenrelationen

1. Eine minimale Zeichenrelation ist, wie Peirce gezeigt hatte (vgl. Toth 2007, S. 170 ff.), eine triadisch-trichotomische Zeichenrelation

$$ZR_{3,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c).$$

In Toth (2008a) wurde gezeigt, dass es zwischen zwei Zeichenrelationen, welche quadratische semiotische Matrizen generieren, allgemein zwischen $ZR_{n,n}$ und $ZR_{n+1,n+1}$, immer zwei präsemiotische Zeichenrelationen gibt, welche nicht-quadratische semiotische Matrizen generieren:

$$ZR_{n,n+1}, ZR_{n+1,n}.$$

Ferner wurde in Toth (2008b) gezeigt, dass die triadisch-trichotomische Zeichenrelation $ZR_{3,3}$ durch Aufhebung der Objekttranszendenz des Zeichens unter Einbettung des kategorialen Objektes (0.d) zur tetradisch-trichotomischen Zeichenrelation $ZR_{4,3}$ wird:

$$ZR_{4,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d) \text{ mit } a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}.$$

Nach dem obigen Gesetz der zwischen je zwei quadratischen semiotischen Zeichenrelationen liegenden zwei präsemiotischen nicht-quadratischen Zeichenrelationen folgt jedoch, dass wir daneben noch folgende triadisch-tetradische Zeichenrelation bekommen:

$$ZR_{3,4} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.0, .1, .2, .3\}.$$

In Toth (2008b) wurde jedoch ebenfalls gezeigt, dass in $ZR_{3,4}$ und in $ZR_{4,3}$ lediglich die Objekttranszendenz aufgehoben ist. Wenn wir weiter die Mitteltranszendenz des Zeichens aufheben, bekommen wir die beiden folgenden präsemiotischen Zeichenrelationen:

$$ZR_{3,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ P.e) \text{ mit } a, b, c, d, e \in \{.1, .2, .3\} \text{ sowie}$$

$$ZR_{3,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.0, .\otimes, .1, .2, .3\},$$

wobei der Zahlbereich, der durch das frei gewählte Symbol \otimes abgedeckt ist, zunächst ganz egal ist. (Dasselbe gilt für das sogleich einzuführende Symbol \ominus).

Neben der Objekt- und der Mitteltranszendenz können wir schliesslich noch die Interpretanttranszendenz des Zeichens aufheben und bekommen damit

$$ZR_{4,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ P.e \ Q.f) \text{ mit } a, b, c, d, e, f \in \{.1, .2, .3\} \text{ sowie}$$

$$ZR_{4,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.0, .\otimes, .\ominus, .1, .2, .3\}.$$

Es scheint daher, dass neben dem obigen Gesetz über je 2 präsemiotische Intervall-Zeichenrelationen zwischen 2 Zeichenrelationen der Form $ZR_{n,n}$ und $ZR_{n+1,n+1}$, das folgende weitere Gesetz gilt: Neben $ZR_{n,n}$, sind die Zeichenrelationen $ZR_{2,3}$ und $ZR_{3,3}$ polykontextural, wobei in Übereinstimmung mit dem ersten Gesetz die Zeichenrelationen mit dualen Indizes, d.h. $ZR_{3,2}$ und $ZR_{2,2}$ ebenfalls polykontextural sind. Dass damit alle bisher gefundenen polykontexturalen Zeichenrelationen entweder im Index des Hauptwertes oder im Index des Nebenwertes triadisch bzw. trichotomisch sind, liegt daran, dass die nicht-transzendenten Zeichenträger (für M), die nicht-transzendenten Objekte (für O) und die nicht-transzendenten Interpreten (für I) nicht dem semiotischen, sondern dem ontologischen Raum angehören und in Übereinstimmung mit Bense (1967, S. 31 ff.; 1975, S. 65 f.) nullheitlich sind; sie "zählen" daher je nachdem entweder nicht für die Haupt- oder für die Stellenwerte der Zeichenrelationen; es sind null-stellige Seinsfunktionen, insofern sie ausser sich selbst nichts zu sich in Beziehung setzen.

2. Wir wollen nun die präsemiotischen Dualsysteme nicht-transzendenten Zeichenrelationen, d.h. vor allem die Zeichenklassen und deren Anzahl über den Zeichenrelationen $ZR_{2,2}$, $ZR_{2,3}$, $ZR_{3,2}$, $ZR_{3,3}$, $ZR_{4,2}$ und $ZR_{4,3}$ bestimmen.

2.1. Die Anzahl der Zkln über $ZR_{2,2}$ beträgt nach Toth (2008c) 20. Sie sind in der zitierten Arbeit aufgelistet.

2.2. Die Anzahl der Zkln über $ZR_{4,2}$ beträgt nach Toth (2008c) 15. Sie sind in der zitierten Arbeit ebenfalls aufgelistet.

2.3. Die Anzahl der Zkln über $ZR_{2,3}$ beträgt $15 + 5 + 1 = 21$:

(3.1 2.1 1.1 0.1 P.1)			}	10 + 5 = 15
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.2)				
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.3)				
(3.1 2.1 1.1 0.2 P.2)	(3.1 2.1 1.2 0.2 P.2)			
(3.1 2.1 1.1 0.2 P.3)	(3.1 2.1 1.2 0.2 P.3)			
(3.1 2.1 1.1 0.3 P.3)	(3.1 2.1 1.2 0.3 P.3)	(3.1 2.1 1.3 0.3 P.3)		
	(3.1 2.2 1.2 0.2 P.2)			
	(3.1 2.2 1.2 0.2 P.3)			
	(3.1 2.2 1.2 0.3 P.3)	(3.1 2.2 1.3 0.3 P.3)		
		(3.1 2.3 1.3 0.3 P.3)		
	(3.2 2.2 1.2 0.2 P.2)		}	5
	(3.2 2.2 1.2 0.2 P.3)			
	(3.2 2.2 1.2 0.3 P.3)	(3.2 2.2 1.3 0.3 P.3)		
		(3.2 2.3 1.3 0.3 P.3)		
		(3.3 2.3 1.3 0.3 P.3)		1

2.4. Die Anzahl der Zkln über $ZR_{2,3}$ beträgt $15 + 10 + 6 + 4 = 35$:

(3.0 2.0 1.0)						}	15
(3.0 2.0 1.⊙)	(3.0 2.⊙ 1.⊙)						
(3.0 2.0 1.1)	(3.0 2.⊙ 1.1)	(3.0 2.1 1.1)					
(3.0 2.0 1.2)	(3.0 2.⊙ 1.2)	(3.0 2.1 1.2)	(3.0 2.2 1.2)				
(3.0 2.0 1.3)	(3.0 2.⊙ 1.3)	(3.0 2.1 1.3)	(3.0 2.2 1.3)	(3.0 2.3 1.3)			
	(3.⊙ 2.⊙ 1.⊙)					}	10
	(3.⊙ 2.⊙ 1.1)	(3.⊙ 2.1 1.1)					
	(3.⊙ 2.⊙ 1.2)	(3.⊙ 2.1 1.2)	(3.⊙ 2.2 1.2)				
	(3.⊙ 2.⊙ 1.3)	(3.⊙ 2.1 1.3)	(3.⊙ 2.2 1.3)	(3.⊙ 2.3 1.3)			
		(3.1 2.1 1.1)				}	6
		(3.1 2.1 1.2)	(3.1 2.2 1.2)				
		(3.1 2.1 1.3)	(3.1 2.2 1.3)	(3.1 2.3 1.3)			
			(3.2 2.2 1.2)			}	4
			(3.2 2.2 1.3)	(3.2 2.3 1.3)			
				(3.3 2.3 1.3)			

2.5. Die Anzahl der Zkln über $ZR_{3,3}$ beträgt $10 + 5 + 4 + 1 + 1 + 6 + 1 = 28$:

(3.1 2.1 1.1 0.1 P.1 Q.1)					}	10
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.1 Q.2)						
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.1 Q.3)						
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.2 Q.2)	(3.1 2.1 1.1 0.2 P.2 Q.2)					
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.2 Q.3)	(3.1 2.1 1.1 0.2 P.2 Q.3)					
(3.1 2.1 1.1 0.1 P.3 Q.3)	(3.1 2.1 1.1 0.2 P.3 Q.3)	(3.1 2.1 1.1 0.3 P.3 Q.3)				
(3.1 2.1 1.2 0.2 P.2 Q.2)					}	5
(3.1 2.1 1.2 0.2 P.2 Q.3)						
(3.1 2.1 1.2 0.2 P.3 Q.3)						
(3.1 2.1 1.2 0.3 P.3 Q.3)	(3.1 2.1 1.3 0.3 P.3 Q.3)					
(3.1 2.2 1.2 0.2 P.2 Q.2)					}	4
(3.1 2.2 1.2 0.2 P.2 Q.3)						
(3.1 2.2 1.2 0.2 P.3 Q.3)	(3.1 2.2 1.2 0.3 P.3 Q.3)					
	(3.1 2.2 1.3 0.3 P.3 Q.3)					1
	(3.1 2.3 1.3 0.3 P.3 Q.3)					1

(3.2 2.2 1.2 0.2 P.2 Q.2) (3.2 2.2 1.2 0.2 P.2 Q.3) (3.2 2.2 1.2 0.2 P.3 Q.3)	(3.2 2.2 1.2 0.3 P.3 Q.3) (3.2 2.2 1.3 0.3 P.3 Q.3)	(3.2 2.3 1.3 0.3 P.3 Q.3)	} 6
(3.3 2.3 1.3 0.3 P.3 Q.3)			1

2.6. Die Anzahl der Zkln über $ZR_{3,4}$ beträgt $15 + 6 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 56$:

(3.0 2.0 1.0) (3.0 2.0 1.⊙) (3.0 2.⊙ 1.⊙) (3.0 2.0 1.⊙) (3.0 2.⊙ 1.⊙) (3.0 2.⊙ 1.⊙) (3.0 2.0 1.1) (3.0 2.⊙ 1.1) (3.0 2.⊙ 1.1) (3.0 2.0 1.2) (3.0 2.⊙ 1.2) (3.0 2.⊙ 1.2) (3.0 2.0 1.3) (3.0 2.⊙ 1.3) (3.0 2.⊙ 1.3)	} 15		
(3.0 2.1 1.1) (3.0 2.1 1.2) (3.0 2.2 1.2) (3.0 2.1 1.3) (3.0 2.2 1.3) (3.0 2.3 1.3)	} 6		
(3.⊙ 2.⊙ 1.⊙) (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙) (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙) (3.⊙ 2.⊙ 1.1) (3.⊙ 2.⊙ 1.1) (3.⊙ 2.1 1.1) (3.⊙ 2.⊙ 1.2) (3.⊙ 2.⊙ 1.2) (3.⊙ 2.1 1.2) (3.⊙ 2.2 1.2) (3.⊙ 2.⊙ 1.3) (3.⊙ 2.⊙ 1.3) (3.⊙ 2.1 1.3) (3.⊙ 2.2 1.3) (3.⊙ 2.3 1.3)	} 15		
(3.⊙ 2.⊙ 1.⊙) (3.⊙ 2.⊙ 1.1) (3.⊙ 2.1 1.1) (3.⊙ 2.⊙ 1.2) (3.⊙ 2.1 1.2) (3.⊙ 2.2 1.2) (3.⊙ 2.⊙ 1.3) (3.⊙ 2.1 1.3) (3.⊙ 2.2 1.3) (3.⊙ 2.3 1.3)	} 10		
(3.1 2.1 1.1) (3.1 2.1 1.2) (3.1 2.2 1.2) (3.1 2.1 1.3) (3.1 2.2 1.3) (3.1 2.3 1.3)	} 6		
(3.2 2.2 1.2) (3.2 2.2 1.3) (3.2 2.2 1.3)	} 3		
(3.3 2.3 1.3)			1

3. Wir bekommen also die folgenden Anzahlen von Dualsystemen pro Zeichenrelation:

$ZR_{2,3}$: 21 $ZR_{3,3}$: 35
 $ZR_{4,3}$: 28 $ZR_{3,6}$: 56

Das sind also im Pascalschen Dreieck (vgl. Toth 2007, S. 186 ff.; Toth 2008c) die fett markierten Zahlen, die ein Quadrat bilden:

```
0 1
1 1 1
2 1 2 1
3 1 3 3 1
4 1 4 6 4 1
5 1 5 10 10 5 1
6 1 6 15 20 15 6 1
7 1 7 21 35 35 21 7 1
8 1 8 28 56 70 56 28 8 1
9 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
11 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
12 1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1 ...
.
.
.
```

Bibliographie

- Bense, Max, *Semiotik*. Baden-Baden 1967
Bense, Max, *Semiotische Prozesse und Systeme*. Baden-Baden 1975
Toth, Alfred, *Zwischen den Kontexturen*. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, *Die Transzendenzen des Zeichens*. Ms. (2008a)
Toth, Alfred, *Die Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips*. Ms. (2008b)
Toth, Alfred, *Berechnung der Anzahl von Zeichenklassen von Semiotiken über $ZR_{n,n}$ und $ZR_{n,n-1}$*

Präsemitische Dualsysteme

1. Wir gehen aus von den in Toth (2008a) eingeführten drei präsemitischen Zeichenrelationen

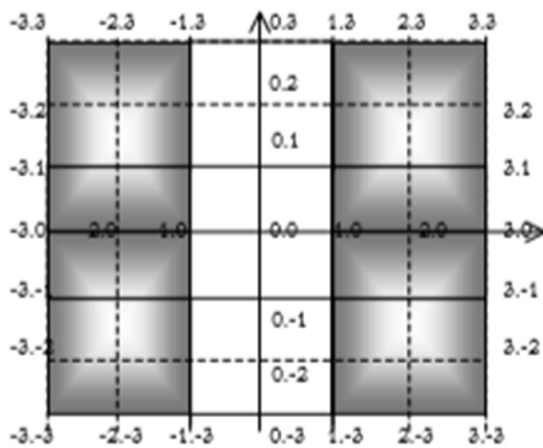
$$\text{PZR}_{2,4} = (.3., .2., .1., .0.)$$

$$\text{PZR}_{4,3} = (.3., .2., .1., 0.)$$

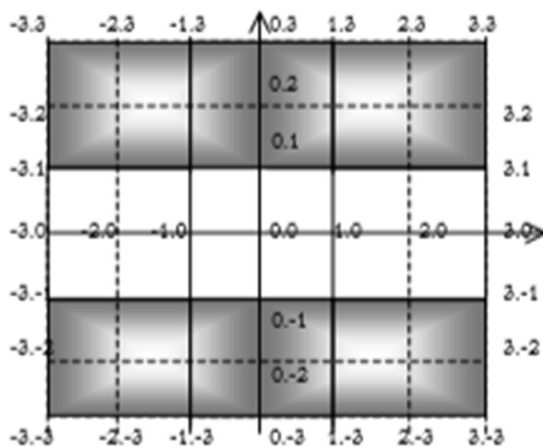
$$\text{PZR}_{4,4} = (.3., .2., .1., 0.)$$

und den ihnen zueordneten drei präsemitischen Räumen

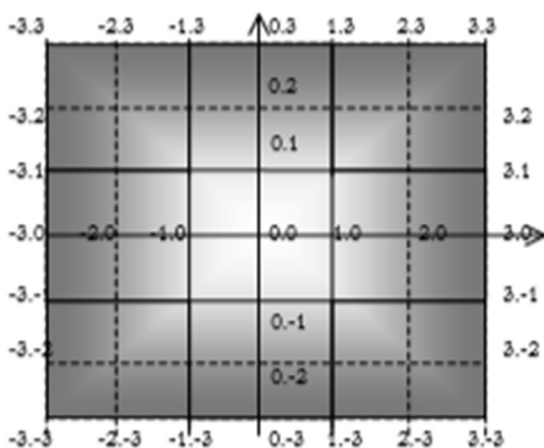
1.1. Präsemitischer Raum über $\text{ZR}_{2,4}$



1.2. Präsemitischer Raum über $\text{ZR}_{4,3}$



1.3. Präsemiotischer Raum über $ZR_{4,4}$



2. Wir wollen uns fragen, welche präsemiotischen Dualsysteme über diesen Zeichenrelationen und Räumen konstruiert werden können. Dazu nehmen wir die entsprechenden semiotischen Matrizen zur Hand:

2.1. Präsemiotische 4x3-Matrix

$$\begin{pmatrix} (\pm 0.\pm 1), (\pm 0.\pm 2), (\pm 0.\pm 3) \\ (\pm 1.\pm 1), (\pm 1.\pm 2), (\pm 1.\pm 3) \\ (\pm 2.\pm 1), (\pm 2.\pm 2), (\pm 2.\pm 3) \\ (\pm 3.\pm 1), (\pm 3.\pm 2), (\pm 3.\pm 3) \end{pmatrix}$$

2.2. Präsemiotische 3x4-Matrix

$$\begin{pmatrix} (\pm 1.\pm 0), (\pm 1.\pm 1), (\pm 1.\pm 2), (\pm 1.\pm 3) \\ (\pm 2.\pm 0), (\pm 2.\pm 1), (\pm 2.\pm 2), (\pm 2.\pm 3) \\ (\pm 3.\pm 0), (\pm 3.\pm 1), (\pm 3.\pm 2), (\pm 3.\pm 3) \end{pmatrix}$$

2.3. Präsemiotische 4x4-Matrix

$$\begin{pmatrix} (\pm 0.\pm 0), (\pm 0.\pm 1), (\pm 0.\pm 2), (\pm 0.\pm 3) \\ (\pm 1.\pm 0), (\pm 1.\pm 1), (\pm 1.\pm 2), (\pm 1.\pm 3) \\ (\pm 2.\pm 0), (\pm 2.\pm 1), (\pm 2.\pm 2), (\pm 2.\pm 3) \\ (\pm 3.\pm 0), (\pm 3.\pm 1), (\pm 3.\pm 2), (\pm 3.\pm 3) \end{pmatrix}$$

2.4. Wie aus Toth (2008b) bekannt, beträgt die Anzahl der Dualsysteme, die über der präsemiotischen 4x3-Matrix konstruiert werden können, 15:

- 1 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 2 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$

- 3 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 1 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 1. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 4 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 5 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 6 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 7 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 8 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 9 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 10 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 11 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 12 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 13 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 14 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 15 $(\pm 3. \pm 3 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 3. \pm 3)$

2.5. Die Anzahl der Dualsysteme über $ZR_{3,4}$ ist die Anzahl der 10 Dualsysteme über $ZR_{3,3}$, sowie genau 10 weitere Dualsysteme, die aufgrund der zusätzlichen Subzeichen (3.0, 2.0, 1.0) unter Berücksichtigung der Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) für Zeichenrelationen (3.a 2.b 1.c 0.d) kombinatorisch möglich sind, total also 20:

- 1 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 0) \times (\pm 0. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 2 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 1) \times (\pm 1. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 3 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 4 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 5 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 1) \times (\pm 1. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 6 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 7 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 8 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 9 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 10 $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 11 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 1) \times (\pm 1. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 12 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 13 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 14 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 15 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 16 $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 17 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 18 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 19 $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 20 $(\pm 3. \pm 3 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 3. \pm 3)$

2.6. Für die Anzahl der Dualsysteme über $ZR_{q,w}$ 35, vgl. Toth (2007, S. 216 ff.):

- 1 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 0) \times (\pm 0.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 2 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 3 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 4 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 5 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 6 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 7 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 8 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 9 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 10 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 11 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 12 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 13 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 14 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 15 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 16 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 17 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 18 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 19 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 20 $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 21 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 22 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 23 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 24 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 25 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 26 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 27 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 28 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 29 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 30 $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 31 $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 32 $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 33 $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 34 $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 35 $(\pm 3.\pm 3 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 3.\pm 3)$

Die Ergebnisse befinden sich übrigens natürlich in Übereinstimmung mit den formalen Berechnungsschemata in Toth (2008c).

Bibliographie

Toth, Alfred, *Grundlegung einer mathematischen Semiotik*. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, *Präsemiotische Räume, Jenseitse, Kontexturen und Strukturbereiche*. Ms. (2008a)

Toth, Alfred, *Semiotics and Pre-Semiotics*. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, *Berechnung der Anzahl von Zeichenklassen von Semiotiken über $ZR_{\alpha,n}$ und $ZR_{\alpha,n,1}$* . Ms. (2008c)

Quaternionäre Dualsysteme

1. Jedes Quaternion kann eindeutig in der allgemeinen Form

$$x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k$$

notiert werden. In Toth (2009b) wurde daher vorgeschlagen, das abstrakte Schema einer vollparametrisierten 3-dimensionalen triadischen Zeichenrelation

$$3^*-ZR = (\pm a. \pm 3. \pm b \pm c. \pm 2. \pm d \pm e. \pm 1. \pm f)$$

als semiotisches Quaternion einzuführen. Wie bereits in Toth (2009a) gezeigt worden war, sind in der nicht-parametrischen Zeichenrelation

$$3-ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f)$$

$a, b, c \in \{1., 2., 3.\}$ die semiotischen Dimensionszahlen des Stiebingschen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77), 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte und $b, d, f \in \{.1, .2, .3\}$ die trichotomischen Stellenwerte. Falls zudem die semiotische inklusive Ordnung ($b \leq d \leq f$) erfüllt ist, ist 3-ZR eine 3-dimensionale Zeichenklasse und

$$3-ZR^\circ = (f.1.e d.2.c b.3.a)$$

ihre zugehörige duale Realitätsthematik.

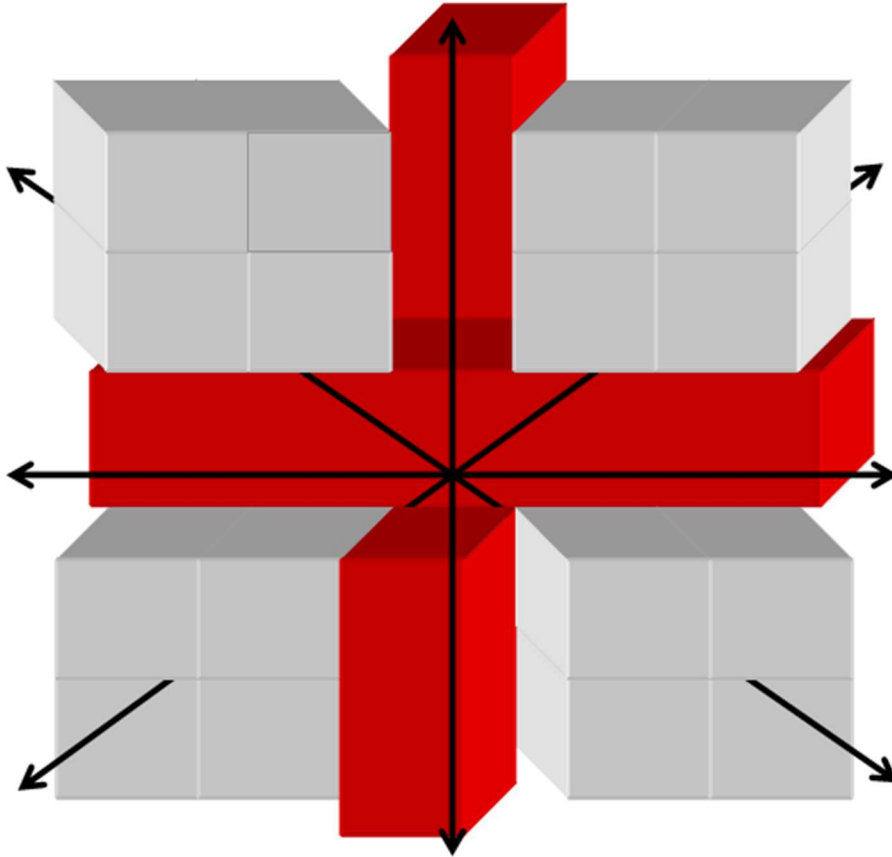
2. Eine einfache Überlegung sagt uns, dass in dem unten stehenden räumlichen Modell mit 4 Stiebingschen Zeichenkuben die semiotischen Dimensionen der quaternionären Subzeichen nur dann negativ sind, wenn auch ihr trichotomischer Stellenwert negativ ist. Wir erhalten damit im I. Quadranten semiotische Dualsysteme der folgenden Form:

$$3-DS(I) = (a.3.b c.2.d e.1.f) \times (f.1.e d.2.c b.3.a)$$

Im II. Quadranten dagegen ist der triadische Hauptwert negativ, die restlichen Parameter sind positiv:

$$3-DS(II) = (a.-3.b c.-2.d e.-1.f) \times (f.-1.e d.-2.c b.-3.a)$$

Man erkennt also, dass die Realitätsthematiken quaternionärer Zeichenklassen (ungleich den Realitätsthematiken komplexer Zeichenklassen, vgl. Toth 2007, S. 58) insofern nichtkomplementär sind, als den zeichenthematischen negativen triadischen Hauptwerten wiederum realitätsthematische negative triadische Hauptwerte entsprechen.



Im III. Quadranten sind sowohl der triadische Haupt- als auch der trichotomische Stellenwert negativ, und wegen letzterem ist auch die Dimensionszahl negativ:

$$3\text{-DS(III)} = (-a.-3.-b -c.-2.-d -e.-1.-f) \times (-f.-1.-e -d.-2.-c -b.-3.-a)$$

Im IV. Quadranten schliesslich ist der trichotomische Stellenwert und mit ihm die Dimensionszahl negativ:

$$3\text{-DS(IV)} = (-a.3.-b -c.2.-d -e.1.-f) \times (-f.1.-e -d.2.-c -b.3.-a)$$

Wenn man sich aber die Realitätsthematik von 3-DS(IV) anschaut, erkennt man nun aber zwischen Zeichen- und Realitätsthematik eine Komplementarität von Dimensionszahl und trichotomischem Wert einerseits und eine Komplementarität von trichotomischem Stellenwert und triadischem Hauptwert andererseits.

Für die 4 Quadranten haben wir also

$$\begin{aligned} \text{Quadrant I: } & (\dim(a, c, e))^{\circ} = \dim(f, d, b) \\ & (\text{trd}(3, 2, 1))^{\circ} = \text{trd}(1, 2, 3) \\ & (\text{trch}(b, d, f))^{\circ} = \text{trch}(e, c, a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Quadrant II} \quad & (\dim(a, c, e))^{\circ} = \dim(f, d, b) \\ & (\text{trd}(3, 2, 1))^{\circ} = \text{trd}(-1, -2, -3) \\ & (\text{trch}(b, d, f))^{\circ} = \text{trch}(e, c, a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Quadrant III:} \quad & (\dim(a, c, e))^{\circ} = \dim(-f, -d, -b) \\ & (\text{trd}(3, 2, 1))^{\circ} = \text{trd}(-1, -2, -3) \\ & (\text{trch}(b, d, f))^{\circ} = \text{trch}(-e, -c, -a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Quadrant IV:} \quad & (\dim(-a, -c, -e))^{\circ} = \dim(-f, -d, -b) \\ & (\text{trd}(3, 2, 1))^{\circ} = \text{trd}(1, 2, 3) \\ & (\text{trch}(-b, -d, -f))^{\circ} = \text{trch}(-e, -c, -a) \end{aligned}$$

3. Nach diesen theoretischen Vorbereitungen sind wir nun in der Lage, die pro Quadrant möglichen Zeichenklassen und Realitätsthematiken, kurz die möglichen quaternionären Dualsysteme zu bestimmen.

3.1. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(I) = (a.3.b c.2.d e.1.f) × (f.1.e d.2.c b.3.a)

$$\begin{aligned} & (a.3.1 \ b.2.1 \ c.1.1) \times (1.1.c \ 1.2.b \ 1.3.a) \\ & (a.3.1 \ b.2.1 \ c.1.2) \times (2.1.c \ 1.2.b \ 1.3.a) \\ & (a.3.1 \ b.2.1 \ c.1.3) \times (3.2.c \ 1.2.b \ 1.3.a) \\ & (a.3.1 \ b.2.2 \ c.1.2) \times (2.1.c \ 2.2.b \ 1.3.a) \\ & (a.3.1 \ b.2.2 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 2.2.b \ 1.3.a) \\ & (a.3.1 \ b.2.3 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 3.2.b \ 1.3.a) \\ & (a.3.2 \ b.2.2 \ c.1.2) \times (2.1.c \ 2.2.b \ 2.3.a) \\ & (a.3.2 \ b.2.2 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 2.2.b \ 2.3.a) \\ & (a.3.2 \ b.2.3 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 3.2.b \ 2.3.a) \\ & (a.3.3 \ b.2.3 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 3.2.b \ 3.3.a), \end{aligned}$$

es gilt jeweils $\dim(a, b, c) \in \{1, 2, 3\}$. Da wir zwischen dimensional homogenen und dimensional inhomogenen Zkln und Rthn unterscheiden können (vgl. Toth 2009c), ergeben sich also pro DS 3 homogene und $3! = 6$ inhomogene, d.h. insgesamt $9 \text{ mal } 10 = 90$ quaternionäre Dualsysteme, und zwar, wie man leicht erkennt, in allen 4 Quadranten.

3.2. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(II) = (a.-3.b c.-2.d e.-1.f) × (f.-1.e d.-2.c b.-3.a)

$$\begin{aligned} & (a.-3.1 \ b.-2.1 \ c.-1.1) \times (1.-1.c \ 1.-2.b \ 1.-3.a) \\ & (a.-3.1 \ b.-2.1 \ c.-1.2) \times (2.-1.c \ 1.-2.b \ 1.-3.a) \\ & (a.-3.1 \ b.-2.1 \ c.-1.3) \times (3.-2.c \ 1.-2.b \ 1.-3.a) \\ & (a.-3.1 \ b.-2.2 \ c.-1.2) \times (2.-1.c \ 2.-2.b \ 1.-3.a) \\ & (a.-3.1 \ b.-2.2 \ c.-1.3) \times (3.-1.c \ 2.-2.b \ 1.-3.a) \\ & (a.-3.1 \ b.-2.3 \ c.-1.3) \times (3.-1.c \ 3.-2.b \ 1.-3.a) \\ & (a.-3.2 \ b.-2.2 \ c.-1.2) \times (2.-1.c \ 2.-2.b \ 2.-3.a) \\ & (a.-3.2 \ b.-2.2 \ c.-1.3) \times (3.-1.c \ 2.-2.b \ 2.-3.a) \end{aligned}$$

$$(a.-3.2 \ b.-2.3 \ c.-1.3) \times (3.-1.c \ 3.-2.b \ 2.-3.a)$$

$$(a.-3.3 \ b.-2.3 \ c.-1.3) \times (3.-1.c \ 3.-2.b \ 3.-3.a)$$

3.3. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(III) = (-a.-3.-b -c.-2.-d -e.-1.-f) × (-f.-1.-e -d.-2.-c -b.-3.-a)

$$(-a.-3.-1 \ -b.-2.-1 \ -c.-1.-1) \times (-1.-1.-c \ -1.-2.-b \ -1.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-1 \ -b.-2.-1 \ -c.-1.-2) \times (-2.-1.-c \ -1.-2.-b \ -1.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-1 \ -b.-2.-1 \ -c.-1.-3) \times (-3.-2.-c \ -1.-2.-b \ -1.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-1 \ -b.-2.-2 \ -c.-1.-2) \times (-2.-1.-c \ -2.-2.-b \ -1.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-1 \ -b.-2.-2 \ -c.-1.-3) \times (-3.-1.-c \ -2.-2.-b \ -1.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-1 \ -b.-2.-3 \ -c.-1.-3) \times (-3.-1.-c \ -3.-2.-b \ -1.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-2 \ -b.-2.-2 \ -c.-1.-2) \times (-2.-1.-c \ -2.-2.-b \ -2.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-2 \ -b.-2.-2 \ -c.-1.-3) \times (-3.-1.-c \ -2.-2.-b \ -2.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-2 \ -b.-2.-3 \ -c.-1.-3) \times (-3.-1.-c \ -3.-2.-b \ -2.-3.-a)$$

$$(-a.-3.-3 \ -b.-2.-3 \ -c.-1.-3) \times (-3.-1.-c \ -3.-2.-b \ -3.-3.-a)$$

3.4. Quaternionäre Dualsysteme über 3-DS(IV) = (-a.3.-b -c.2.-d -e.1.-f) × (-f.1.-e -d.2.-c -b.3.-a)

$$(a.3.1 \ b.2.1 \ c.1.1) \times (1.1.c \ 1.2.b \ 1.3.a)$$

$$(a.3.1 \ b.2.1 \ c.1.2) \times (2.1.c \ 1.2.b \ 1.3.a)$$

$$(a.3.1 \ b.2.1 \ c.1.3) \times (3.2.c \ 1.2.b \ 1.3.a)$$

$$(a.3.1 \ b.2.2 \ c.1.2) \times (2.1.c \ 2.2.b \ 1.3.a)$$

$$(a.3.1 \ b.2.2 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 2.2.b \ 1.3.a)$$

$$(a.3.1 \ b.2.3 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 3.2.b \ 1.3.a)$$

$$(a.3.2 \ b.2.2 \ c.1.2) \times (2.1.c \ 2.2.b \ 2.3.a)$$

$$(a.3.2 \ b.2.2 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 2.2.b \ 2.3.a)$$

$$(a.3.2 \ b.2.3 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 3.2.b \ 2.3.a)$$

$$(a.3.3 \ b.2.3 \ c.1.3) \times (3.1.c \ 3.2.b \ 3.3.a)$$

Dadurch, dass also 1. negative trichotomische Stellenwerte und negative Dimensionen einander gegenseitig bedingen, sind im IV. Quadranten keine anderen kombinatorischen Parametrisierungen möglich. Im I. und III. Quadranten gibt es per definitionem keine parametrische Variation. Im II. Quadranten schliesslich sind keine semiotischen Variablen, sondern die semiotischen Konstanten parametrisiert, weshalb kombinatorische Variation ebenfalls ausgeschlossen ist.

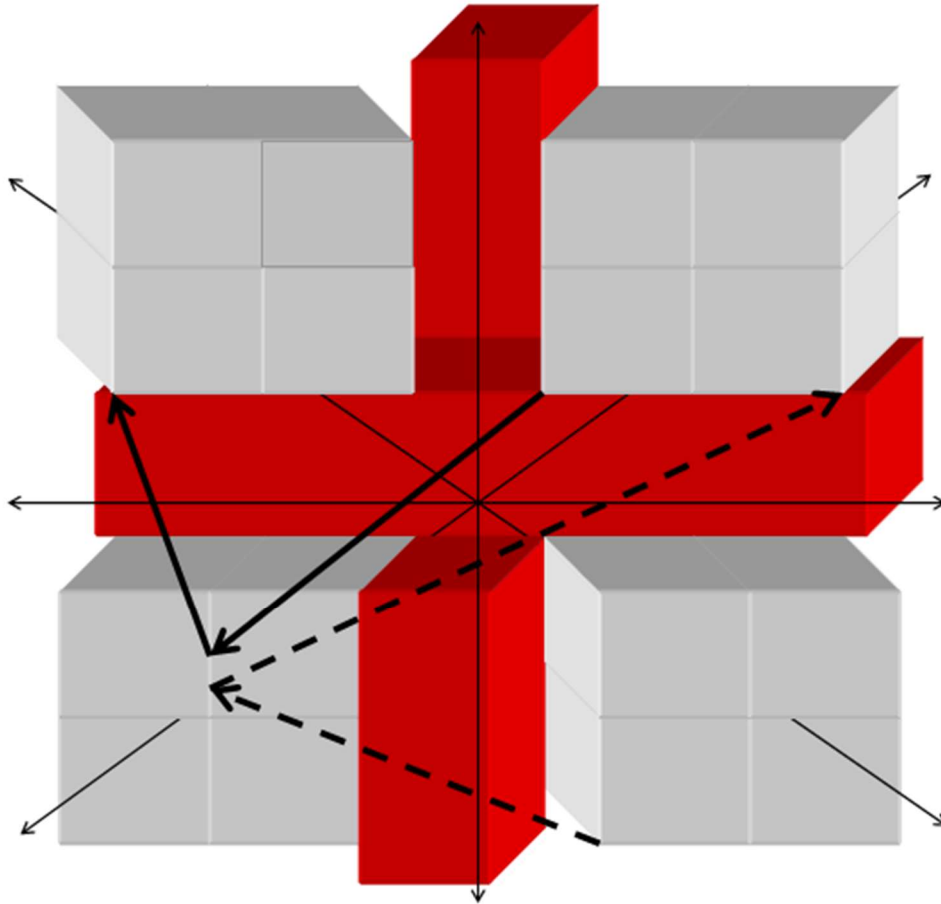
4. Allerdings kann man sich fragen, welchen semiotischen Stellenwert quaternionäre parametrische Dualsysteme wie etwa die folgenden haben:

$$a) \ 3\text{-DS} = (-a.3.-b \ c.-2.d \ e.-1.f) \times (f.-1.e \ d.2.-c \ -b.3.-a)$$

$$b) \ 3\text{-DS} = (a.-3.-b \ -c.-2.d \ -e.1.-f) \times (-f.1.-e \ d.-2.-c \ -b.-3.-a)$$

$$c) \ 3\text{-DS} = (a.3.b \ c.-2.-d \ e.-1.f) \times (f.-1.e \ -d.-2.c \ b.3.a)$$

Wenn wir beispielsweise das 3-DS c) in unsere obige Graphik eintragen und dabei willkürlich für $|\dim(a)| = |\dim(c)| = |\dim(e)| = 1$ und als 2-dim. Zkl = (3.1 2.2 1.3) setzen, dann bekommen wir:



Schwarz ausgestrichen sind also die quaternionären semiotischen Funktionsgraphen von $(1.3.1 \ 1.-2.-2 \ 1.-1.3) \times (3.-1.1 \ -2.-2.1 \ 1.3.1)$, wobei die Realitätsthematik gestrichelt ist. Diese Funktionsgraphen gehören also nicht wie alle obigen nur 1, sondern > 1 semiotischen Kontextur an (vgl. Toth 2008, S. 82 ff.). Ferner involvieren sie mehrfache Kontexturübergänge und führen als solche durch das rot ausgemalte quaternionäre semiotische Niemandsland, obwohl sie dort ja per definitionem nicht definiert sind. Zeichenklasse und Realitätsthematik gehören (wie schon in mehreren Fällen der oben aufgeführten Beispiele) verschiedenen semiotischen Dimensionen an, die nun auch (wie bereits oben) negativ sein können. Ferner liegen Anfangs- und Endpunkte der Teilgraphen der Zeichen- und Realitätsfunktionen in allen vier semiotischen Kontexturen und damit auch in vier Dimensionen.

Ich breche hier die Beschreibung dieses **dimensional und kontextural inhomogenen** Beispiels an. Man kann aber anhand dieses einen Beispiel leicht erraten, welch mächtiges Instrument zur erkenntnistheoretischen Analyse ebenso wie zur kreationstheoretischen Synthese die quaternionäre Semiotik ist.

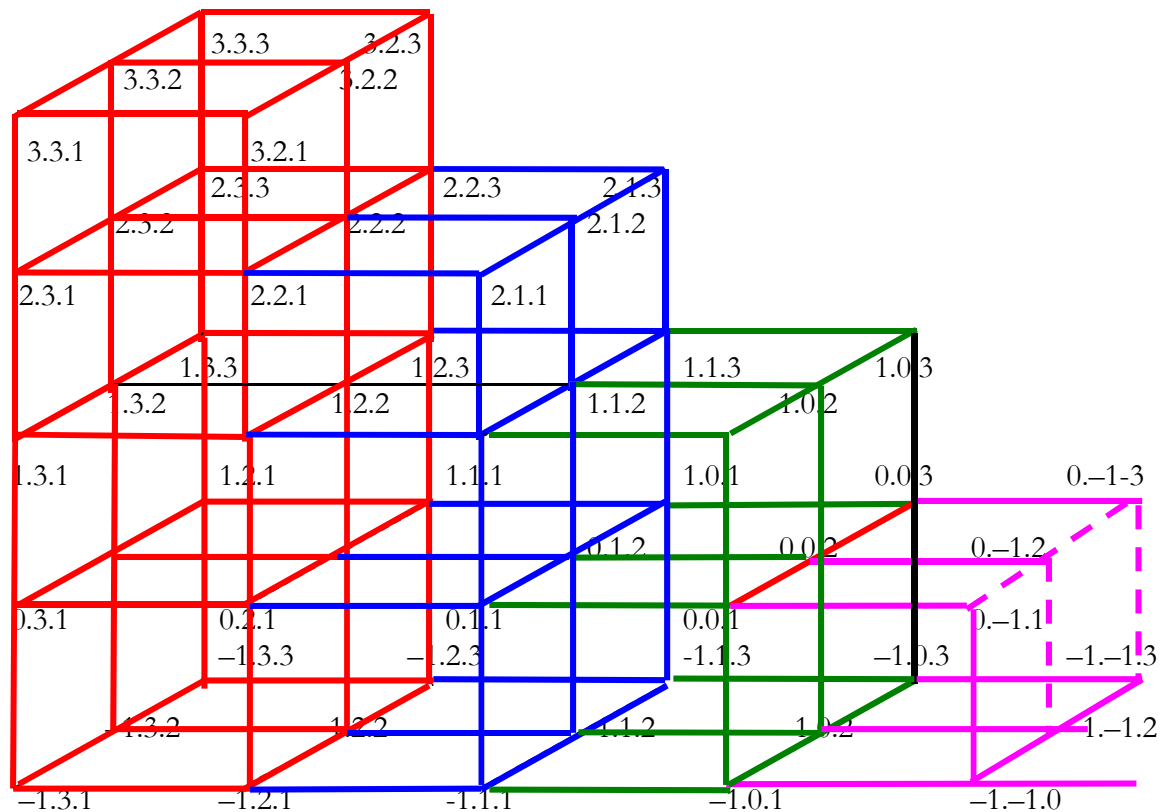
Bibliographie

- Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
 Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008

- Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Von der komplexen zur quaternionären Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Die Dualsysteme des semiotischen Treppenraumes

1. In Toth (2009) hatten wir vom semiotischen $4 \times 3 \times 4$ Kubus, der auf dem Zeichenkubus von Stiebing (1978) basiert, von links nach rechts und von oben nach unten solange einen $2 \times 3 \times 2$ Kubus entfernt, bis der Raum eine Treppenstruktur bekam mit nur einer Treppe rechts:



Wie in Toth (2009) ebenfalls gezeigt, kann jeder verschieden eingefärbte Teilraum des semiotischen Treppenraumes durch ein eigenes Dualsystem definiert werden bzw. definieren je eigene Dualsysteme jeden der vier verschieden farbigen Treppenabschnitte. In diesem Aufsatz schauen wir uns die Dualsysteme und die durch die Realitätsthematiken thematisierten strukturellen Realitäten an.

2.1. DS (rot) = $(a.3.b \ c.2.d \ e.1.f \ g.0.h) \times (h.0.g \ f.1.e \ d.2.c \ b.3.a)$
 mit $a, c, e, g \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ und $b, d, f, h \in \{.1, .2, .3\}$

- $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.1 \ 0.0.1) \times (1.0.0 \ \underline{1.1.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{1.3.1})$
- $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.1 \ 0.0.2) \times (2.0.0 \ \underline{1.1.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{1.3.1})$
- $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.1 \ 0.0.3) \times (3.0.0 \ \underline{1.1.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{1.3.1})$
- $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.2 \ 0.0.2) \times (\underline{2.0.0} \ \underline{2.1.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{1.3.1})$
- $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.2 \ 0.0.3) \times (3.0.0 \ \underline{2.1.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{1.3.1})$
- $(1.3.1 \ 1.2.1 \ 1.1.3 \ 0.0.3) \times (\underline{3.0.0} \ \underline{3.1.1} \ \underline{1.2.1} \ \underline{1.3.1})$

(1.3.1 1.2.2 1.1.2 0.0.2) \times (2.0.0 2.1.1 2.2.1 1.3.1)
 (1.3.1 1.2.2 1.1.2 0.0.3) \times (3.0.0 2.1.1 2.2.1 1.3.1)
 (1.3.1 1.2.2 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 2.2.1 1.3.1)
 (1.3.1 1.2.3 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 3.2.1 1.3.1)
 (1.3.2 1.2.2 1.1.2 0.0.2) \times (2.0.0 2.1.1 2.2.1 2.3.1)
 (1.3.2 1.2.2 1.1.2 0.0.3) \times (3.0.0 2.1.1 2.2.1 2.3.1)
 (1.3.2 1.2.2 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 2.2.1 2.3.1)
 (1.3.2 1.2.3 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 3.2.1 2.3.1)
 (1.3.3 1.2.3 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 3.2.1 3.3.1)

Zusätzlich ergeben sich 4 mal $15 = 60$ weitere homogene Dualsysteme der Dimensionen $-1, 0, 2, 3$ sowie $5^4 = 625$ inhomogene Dualsysteme der Dimensionen $0, 1, 2, 3$. Die Anzahl der Dualsysteme pro homogener Dimension ist also gleich der Anzahl der Dualsysteme der präsemiotischen Zeichenklassen, wie sie in Toth (2008a) eingeführt wurden.

2.2. DS (blau) = (a.2.b c.1.d e.0.f) \times (f.0.e d.1.c b.2.a)
 mit $a, c, e \in \{-1, 0, 1, 2\}$ und $b, d, f \in \{.1, .2, .3\}$

(1.2.1 1.1.1 0.0.1) \times (1.0.0 1.1.1 1.2.1)
 (1.2.1 1.1.1 0.0.2) \times (2.0.0 1.1.1 1.2.1)
 (1.2.1 1.1.1 0.0.3) \times (3.0.0 1.1.1 1.2.1)
 (1.2.1 1.1.2 0.0.2) \times (2.0.0 2.1.1 1.2.1)
 (1.2.1 1.1.2 0.0.3) \times (3.0.0 2.1.1 1.2.1)
 (1.2.1 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 1.2.1)
 (1.2.2 1.1.2 0.0.2) \times (2.0.0 2.1.1 2.2.1)
 (1.2.2 1.1.2 0.0.3) \times (3.0.0 2.1.1 2.2.1)
 (1.2.2 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 2.2.1)
 (1.2.3 1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1 3.2.1)

Zusätzlich ergeben sich 3 mal $10 = 30$ weitere homogene Dualsysteme der Dimensionen $-1, 0, 2$ sowie $4^3 = 64$ inhomogene Dualsysteme der Dimensionen $-1, 0, 1, 2$. Die Anzahl der Dualsysteme pro homogener Dimension ist also gleich der Anzahl der Dualsysteme der Peirceschen Zeichenklassen.

2.3. DS (grün) = (a.1.b c.0.d) \times (d.0.c b.1.a)
 mit $a, c \in \{-1, 0, 1\}$ und $b, d \in \{.1, .2, .3\}$

(1.1.1 0.0.1) \times (1.0.0 1.1.1)
 (1.1.1 0.0.2) \times (2.0.0 1.1.1)
 (1.1.1 0.0.3) \times (3.0.0 1.1.1)
 (1.1.2 0.0.2) \times (2.0.0 2.1.1)
 (1.1.2 0.0.3) \times (3.0.0 2.1.1)
 (1.1.3 0.0.3) \times (3.0.0 3.1.1)

Zusätzlich ergeben sich $2 \text{ mal } 6 = 12$ weitere homogene Dualsysteme der Dimensionen $-1, 0$ sowie $3^2 = 9$ inhomogene Dualsysteme der Dimensionen $-1, 0, 1$. Die Anzahl der Dualsysteme pro homogener Dimension ist also gleich der Anzahl der Dualsysteme der aus dem Saussureschen Zeichenmodell als Teilmatrix der semiotischen Matrix konstruierbaren Zeichenklassen (vgl. Ditterich 1990, S. 29 und Toth 2008b).

2.4. $DS(\text{lila}) = (a.0.b) \times (b.0.a)$
mit $a \in \{-1, 0\}$ und $b \in \{.1, .2, .3\}$

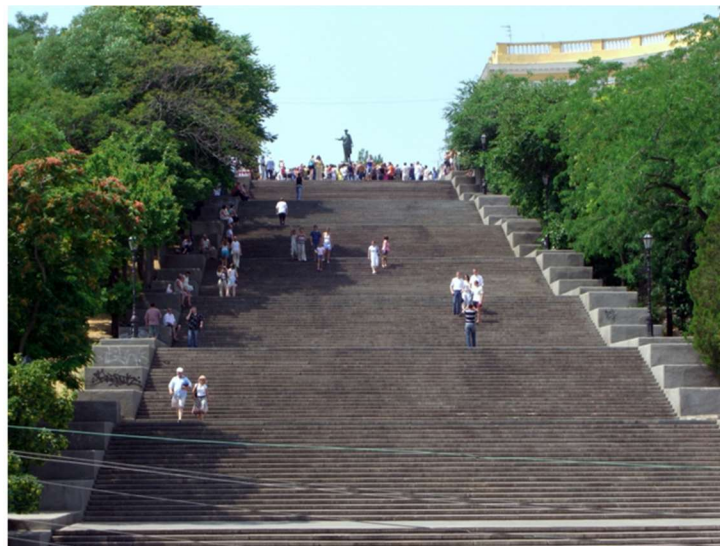
Hier gibt es total 6 Dualsysteme:

- $(0.0.1) \times (1.0.0)$
- $(0.0.2) \times (2.0.0)$
- $(0.0.3) \times (3.0.0)$
- $(-1.0.1) \times (1.0.-1)$
- $(-1.0.2) \times (2.0.-1)$
- $(-1.0.3) \times (3.0.-1)$

3. Wie wir nun feststellen können, gilt folgende Inklusionsmengenbeziehung zwischen den vier Dualsystemen:

$$DS(\text{lila}) \subset DS(\text{grün}) \subset DS(\text{blau}) \subset DS(\text{rot})$$

Dasselbe gilt für die strukturellen Realitäten, deren komplexe Strukturen hier jedoch nicht dargestellt werden.



“Potemkin-Treppe” aus S.M. Eisensteins Film “Bronenosets Potemkin” (1925)

Wir können also das Verhältnis der vier Dualsysteme in dem folgenden Inklusionsschema darstellen:

(1.3.1	1.2.1	1.1.1	0.0.1) × (1.0.0	<u>1.1.1</u>	<u>1.2.1</u>	<u>1.3.1</u>
(1.3.1	1.2.1	1.1.1	0.0.2) × (2.0.0	<u>1.1.1</u>	<u>1.2.1</u>	<u>1.3.1</u>
(1.3.1	1.2.1	1.1.1	0.0.3) × (3.0.0	<u>1.1.1</u>	<u>1.2.1</u>	<u>1.3.1</u>
(1.3.1	1.2.1	1.1.2	0.0.2) × (2.0.0	<u>2.1.1</u>	<u>1.2.1</u>	<u>1.3.1</u>
(1.3.1	1.2.1	1.1.2	0.0.3) × (3.0.0	<u>2.1.1</u>	<u>1.2.1</u>	<u>1.3.1</u>
(1.3.1	1.2.1	1.1.3	0.0.3) × (3.0.0	<u>3.1.1</u>	<u>1.2.1</u>	<u>1.3.1</u>
(1.3.1	1.2.2	1.1.2	0.0.2) × (2.0.0	<u>2.1.1</u>	<u>2.2.1</u>	1.3.1
(1.3.1	1.2.2	1.1.2	0.0.3) × (3.0.0	<u>2.1.1</u>	<u>2.2.1</u>	1.3.1
(1.3.1	1.2.2	1.1.3	0.0.3) × (3.0.0	<u>3.1.1</u>	<u>2.2.1</u>	1.3.1
(1.3.1	1.2.3	1.1.3	0.0.3) × (3.0.0	<u>3.1.1</u>	<u>3.2.1</u>	1.3.1
(1.3.2	1.2.2	1.1.2	0.0.2) × (2.0.0	<u>2.1.1</u>	<u>2.2.1</u>	<u>2.3.1</u>
(1.3.2	1.2.2	1.1.2	0.0.3) × (3.0.0	<u>2.1.1</u>	<u>2.2.1</u>	<u>2.3.1</u>
(1.3.2	1.2.2	1.1.3	0.0.3) × (3.0.0	<u>3.1.1</u>	<u>2.2.1</u>	<u>2.3.1</u>
(1.3.2	1.2.3	1.1.3	0.0.3) × (3.0.0	<u>3.1.1</u>	<u>3.2.1</u>	<u>2.3.1</u>
(1.3.3	1.2.3	1.1.3	0.0.3) × (3.0.0	<u>3.1.1</u>	<u>3.2.1</u>	<u>3.3.1</u>

Wie man erkennt, führt der grüne Teilraum in den Bereich der kategorialen Objekte, d.h. zwischen dem blauen und dem grünen Treppenraum wird die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt überschritten. Der anschliessende lilafarbene Raum führt sogar in den Bereich negativer semiotischer Dimensionen. Die Idee eines treppenartigen Überganges vom Diesseits zum Jenseits, der hier ausschliesslich aus topologischen Überlegungen zum Stiebingschen Zeichenkubus resultierte, scheint vorweggenommen in Franz Kafkas "Der Jäger Gracchus": "Mein Todeskahn verfehlte die Fahrt (...), nur das weiss ich, dass ich auf der Erde blieb (...). Ich bin, antwortete der Jäger, immer auf der grossen Treppe, die hinaufführt. Auf dieser unendlich weiten Freitreppe treibe ich mich herum, bald oben, bald unten, bald rechts, bald links, immer in Bewegung" (Kafka 1985, S. 287).

Bibliographie

- Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990
 Stiebning, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)
 Toth, Alfred, Semiotische Submatrizen, Subklassen und Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Der vollständige $4 \times 3 \times 4$ Zeichenkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Locality and local connectivity of polykontextural dual systems

1. Traditionally, the relationship between a sign class (SCI) and its corresponding reality thematic (RTh) is called dual, because in monocontextural semiotics, they are really dual, e.g.

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \\ \times(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (2.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

However, as Kaehr (2008) has shown, in all semiotic contextures $K > 1$, this duality not hold anymore, e.g.

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \\ \times(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) = (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1),$$

since $(1,2 \neq 2,1)$. This disequality concerns the direction between the two contextures in which the sub-sign (2.2) lies. Therefore, for sign relations, not only the locality (contexture) counts, but also the local connectivity. Thus, Kaehr replaces the term dual by the term complementary, although the operation of dualization (\times) is commonly used in semiotics.

In Toth (2009), I had shown that every 3-adic 3-contextural sign class can appear in 48 combination of contextures, which construct a semiotic system. A a 3-adic 3-contextural sign class has the abstract form

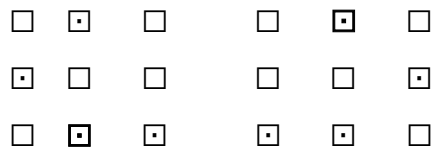
$$SCI(3,3) = (3.a_{i,j} \ 2.b_{k,l} \ 1.c_{m,n}),$$

whereby $i, \dots, n \in \{1, 2, 3\}$ and $j = l = n = \emptyset$, unless in identitive morphisms (“genuine sub-signs”).

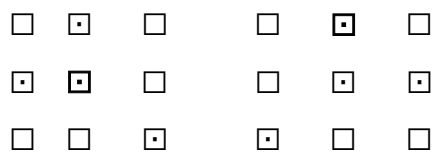
In this supplement to Toth (2009), I introduce a very simple diagram in order to show the onttexture(s) as well as the connectivity of the contextures of each of the 3 sub-signs of the $SCI(3,3)$. As an example, I have chosen $(3.1 \ 2.2 \ 1.2)$, because here $K(3.1) \neq K(1.2)$, and $K(2.2)$ lies always in two different contextures. In order to avoid arrows, the primordially of connected contextures is pointed out by bold coloring of the primordially first element of an ordered pair of contextures.

2. Locality and local connectivity of polykonektural dual systems

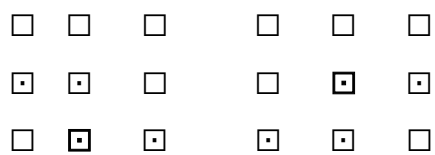
1) $(3.1_2 2.2_{1,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,1} 1.3_2)$



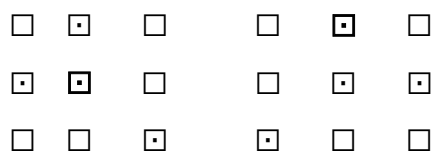
2) $(3.1_2 2.2_{2,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,2} 1.3_2)$



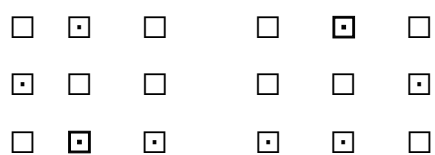
3) $(3.1_2 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 1.3_2)$



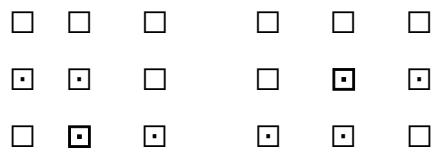
4) $(3.1_2 2.2_{2,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,2} 1.3_2)$



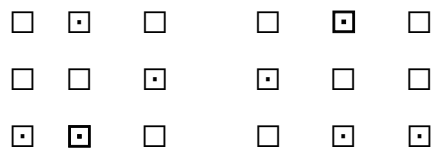
5) $(3.1_2 2.2_{1,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,1} 1.3_2)$



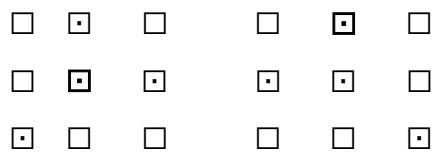
$$6) (3.1_2 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 1.3_2)$$



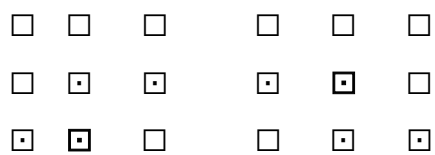
$$7) (3.1_1 2.2_{1,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,1} 1.3_1)$$



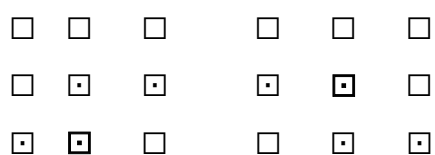
$$8) (3.1_1 2.2_{2,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,2} 1.3_1)$$



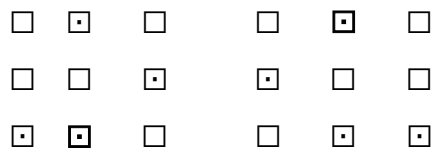
$$9) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



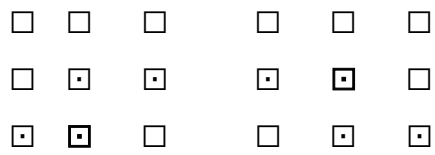
$$10) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



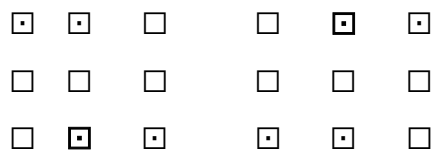
$$11) (3.1_1 2.2_{1,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,1} 1.3_1)$$



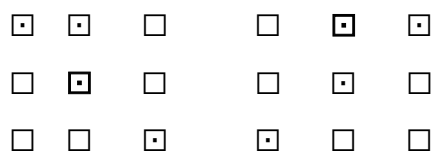
$$12) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



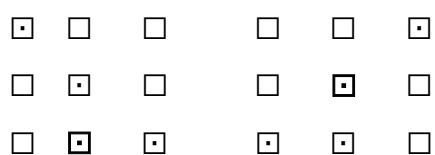
$$13) (3.1_3 2.2_{1,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,1} 1.3_3)$$



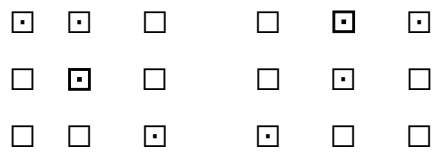
$$14) (3.1_3 2.2_{2,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,2} 1.3_3)$$



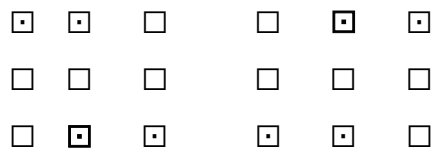
$$15) (3.1_3 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 1.3_3)$$



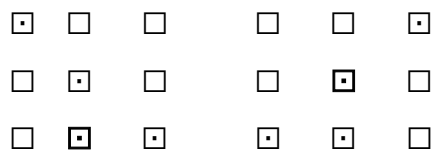
$$16)(3.1_3 2.2_{2,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,2} 1.3_3)$$



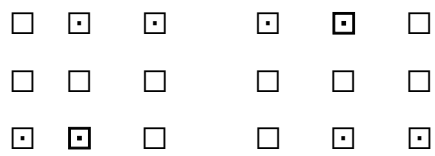
$$17)(3.1_3 2.2_{1,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,1} 1.3_3)$$



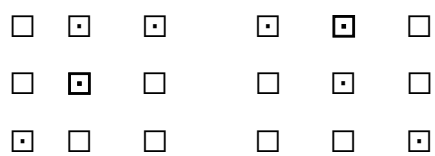
$$18)(3.1_3 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 1.3_3)$$



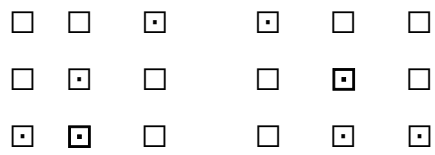
$$19)(3.1_1 2.2_{1,3} 1.2_3) \times (2.1_3 2.2_{3,1} 1.3_1)$$



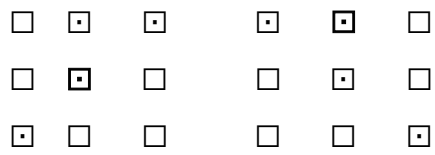
$$20)(3.1_1 2.2_{2,3} 1.2_3) \times (2.1_3 2.2_{3,2} 1.3_1)$$



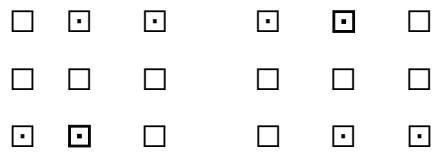
$$21) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_3) \times (2.1_3 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



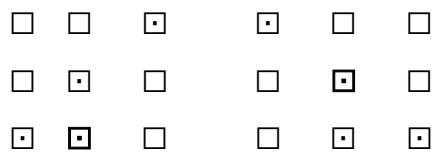
$$22) (3.1_1 2.2_{2,3} 1.2_3) \times (2.1_3 2.2_{3,2} 1.3_1)$$



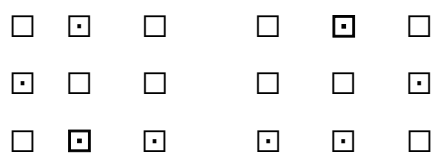
$$23) (3.1_1 2.2_{1,3} 1.2_3) \times (2.1_3 2.2_{3,1} 1.3_1)$$



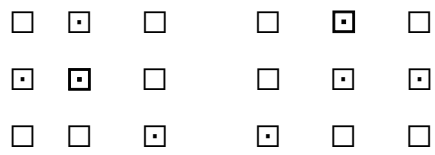
$$24) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_3) \times (2.1_3 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



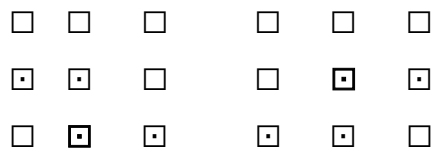
$$25) (3.1_2 2.2_{1,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,1} 1.3_2)$$



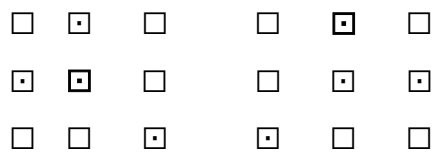
$$26) (3.1_2 \ 2.2_{2,3} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_2)$$



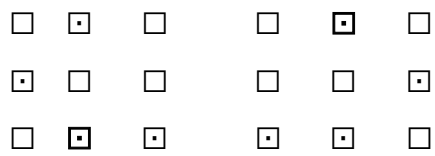
$$27) (3.1_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_2)$$



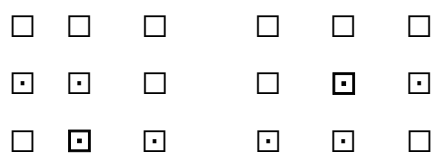
$$28) (3.1_2 \ 2.2_{2,3} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_2)$$



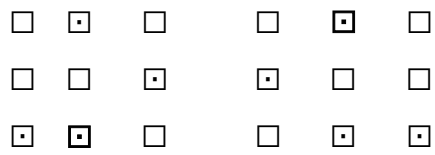
$$29) (3.1_2 \ 2.2_{1,3} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2)$$



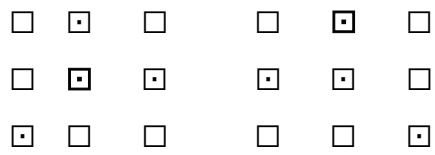
$$30) (3.1_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_2)$$



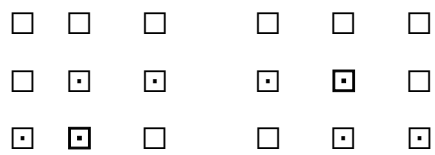
$$31) (3.1_1 2.2_{1,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,1} 1.3_1)$$



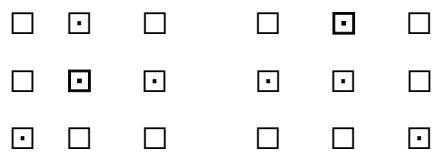
$$32) (3.1_1 2.2_{2,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,2} 1.3_1)$$



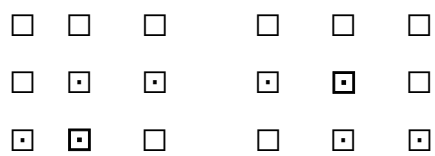
$$33) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



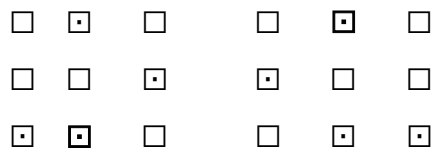
$$34) (3.1_1 2.2_{2,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,2} 1.3_1)$$



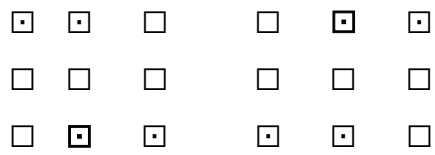
$$35) (3.1_1 2.2_{1,2} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{2,1} 1.3_1)$$



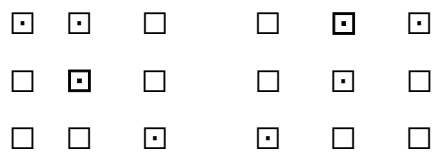
$$36) (3.1_1 2.2_{1,3} 1.2_2) \times (2.1_2 2.2_{3,1} 1.3_1)$$



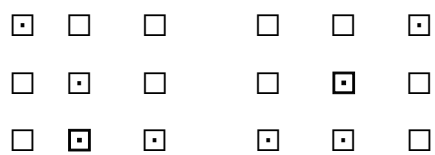
$$37) (3.1_3 2.2_{1,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,1} 1.3_3)$$



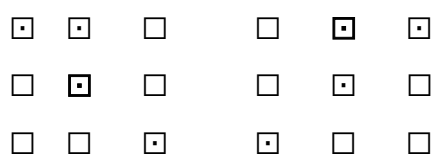
$$38) (3.1_3 2.2_{2,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,2} 1.3_3)$$



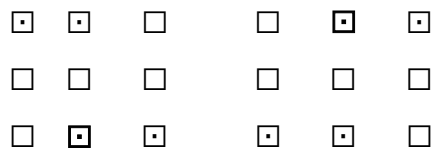
$$39) (3.1_3 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 1.3_3)$$



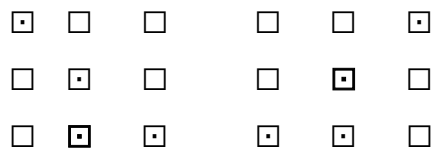
$$40) (3.1_3 2.2_{2,3} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{3,2} 1.3_3)$$



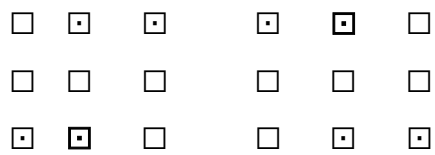
$$41) (3.1_3 \ 2.2_{1,3} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_3)$$



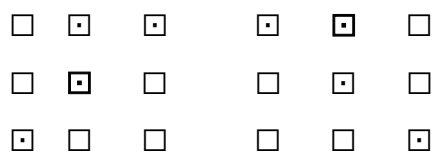
$$42) (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$$



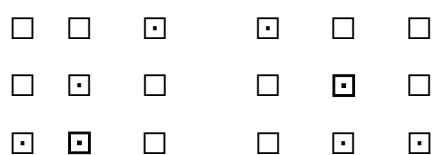
$$43) (3.1_1 \ 2.2_{1,3} \ 1.2_3) \times (2.1_3 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_1)$$



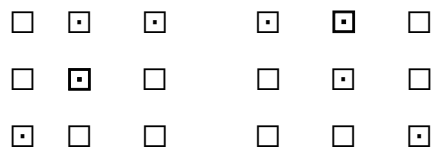
$$44) (3.1_1 \ 2.2_{2,3} \ 1.2_3) \times (2.1_3 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_1)$$



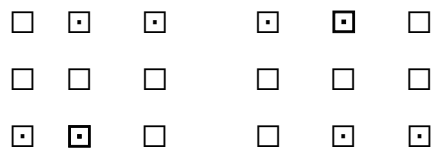
$$45) (3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_3) \times (2.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$$



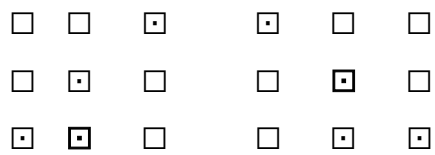
$$46) (3.1_1 \ 2.2_{2,3} \ 1.2_3) \times (2.1_3 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_1)$$



$$47) (3.1_1 \ 2.2_{1,3} \ 1.2_3) \times (2.1_3 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_1)$$



$$48) (3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_3) \times (2.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$$



3. Finally, we thus have

$$K(3.a \ 2.b \ 1.c) \neq K(c.1 \ b.2 \ a.3),$$

because

$$K(SCI) = \rightarrow, K(RTh) = \leftarrow,$$

and so SCI and RTh are asymmetric in $K > 1$.

$$\text{Further, } K(\text{idx}) = K(\times(\text{idx}) + \{1, 2\}),$$

so

$$K(\text{idx}) = \uparrow, K(\times(\text{idx})) = \downarrow.$$

Bibliography

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Toth, Alfred, 3-contextural 3-adic semiotic systems. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die pentadischen präsemiotischen Dualsysteme

1. In Toth (2009) wurde die pentadische präsemiotische Relation

$$ZR^{**} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ P.e) \text{ mit } a, \dots, e \in \{.1, .2, .3\}$$

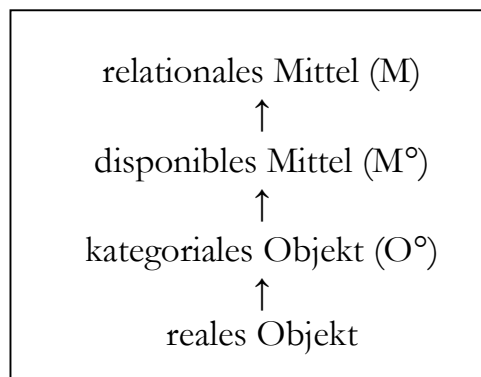
als trichotomische Erweiterung der bereits in Toth (2008) eingeführten tetradischen präsemiotischen Relation

$$ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d),$$

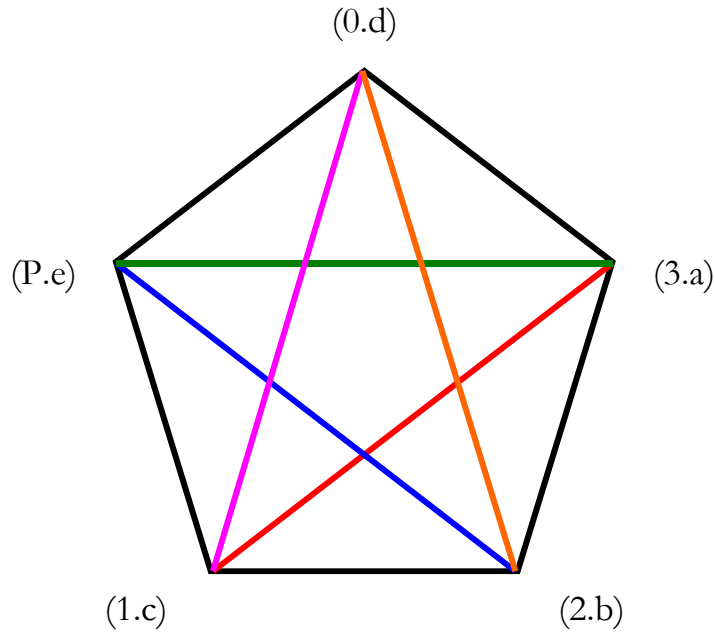
basierend auf der bekannten Peirceschen triadischen Zeichenrelation

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

eingeführt. In ZR^{**} ist im Unterschied zu ZR^* nicht nur das kategoriale Objekt (0.d), sondern auch das disponible Mittel (P.e) eingebettet. ZR^{**} ist somit das formale Präzeichenmodell, das dem folgenden Ansatz Benses (1975, S. 45 f.) Rechnung trägt, der zwischen den realen Objekten des “ontologischen Raumes” und den semiotischen Zeichen des “semiotischen Raumes” folgende Zwischenstufen ansetzt:



2. In Toth (2009) wurde das Pentagon als formales Modell für pentadische Präzeichen eingeführt. Wie man sieht, enthält es genau 12 echte triadische Partialrelationen:



Die triadischen Partialrelationen sind:

1. (3.a 2.b 1.c)
2. (3.a 2.b 0.d)
3. (3.a 2.b P.e)
4. (3.a 1.c 0.d)
5. (3.a 1.c P.e)
6. (3.a 0.d P.e)
7. (2.b 1.c 0.d)
8. (2.b 1.c P.e)
9. (2.b 0.d P.e)
10. (1.c 0.d P.e)

In Übereinstimmung mit einer früher gewonnenen Erkenntnis, wonach sowohl (0.d) als auch (P.e) 0-Relationen im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) sind und als Kategorien natürlich nicht dualisiert werden können, erhalten wir die entsprechenden Realitätsthematiken zu den obigen triadischen Partialrelationen, die wir also als pentadische Präzeichenklassen bezeichnen können. Die relationale Ungebundenheit der Kategorien impliziert natürlich deren freie Stellung innerhalb der Peirceschen Zeichenrelation, in die sie eingebettet sind:

$$\times(3.a \ 2.b \ 1.c) = (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$\times(3.a \ 2.b \ 0.d) = (0.d \ b.2 \ a.3) = (b.2 \ 0.d \ a.3) = (b.2 \ a.3 \ 0.d)$$

$$\times(3.a \ 2.b \ P.e) = (P.e \ b.2 \ a.3) = (b.2 \ P.e \ a.3) = (b.2 \ a.3 \ P.e)$$

$$\begin{aligned}
\times(3.a\ 1.c\ 0.d) &= (0.d\ c.1\ a.3) = (c.1\ 0.d\ a.3) = (c.1\ a.3\ 0.d) \\
\times(3.a\ 1.c\ P.e) &= (P.e\ c.1\ a.3) = (c.1\ P.e\ a.3) = (c.1\ a.3\ P.e) \\
\times(3.a\ 0.d\ P.e) &= (P.e\ 0.d\ a.3) = (0.d\ P.e\ a.3) = (0.d\ a.3\ P.e) = (P.3\ 0.d\ a.3) = \\
&\quad (P.e\ a.3\ 0.d) \\
\times(2.b\ 1.c\ 0.d) &= (0.d\ c.1\ b.2) = (c.1\ 0.d\ b.2) = (c.1\ b.2\ 0.d) \\
\times(2.b\ 1.c\ P.e) &= (P.e\ c.1\ b.2) = (c.1\ P.e\ b.2) = (c.1\ b.2\ P.e) \\
\times(2.b\ 0.d\ P.e) &= (P.e\ 0.d\ b.2) = (0.d\ P.3\ b.2) = (0.d\ b.2\ P.e) = (P.3\ 0.d\ b.2) = \\
&\quad (P.e\ b.2\ 0.d) \\
\times(1.c\ 0.d\ P.e) &= (P.e\ 0.d\ c.1) = (0.d\ P.e\ c.1) = (0.d\ c.1\ P.e) = (P.e\ 0.d\ c.1) = \\
&\quad (P.e\ c.1\ 0.d)
\end{aligned}$$

3. Wenn wir von den Stellungsvarianten der 0-Relationen (0.d) und (P.e) absehen, die natürlich nicht nur für das Teilsystem der Realitätsthematiken, sondern auch für dasjenige der Zeichenklassen gelten, bekommen wir also folgende präsemiotischen Dualsysteme der triadischen Partialrelationen des pentadischen Präzeichenmodells:

3.1. (3.a 2.b 1.c) = Die 10 Peirceschen Zeichenklassen

3.2. (3.a 2.b 0.d)

(3.1 2.1 0.1)	(3.1 2.3 0.3)
(3.1 2.1 0.2)	(3.2 2.2 0.2)
(3.1 2.1 0.3)	(3.2 2.2 0.3)
(3.1 2.2 0.2)	(3.2 2.3 0.3)
(3.1 2.2 0.3)	(3.3 2.3 0.3)

3.3. (3.a 2.b P.e)

(3.1 2.1 P.1)	(3.1 2.3 P.3)
(3.1 2.1 P.2)	(3.2 2.2 P.2)
(3.1 2.1 P.3)	(3.2 2.2 P.3)
(3.1 2.2 P.2)	(3.2 2.3 P.3)
(3.1 2.2 P.3)	(3.3 2.3 P.3)

3.4. (3.a 1.c 0.d)

(3.1 1.1 0.1)	(3.1 1.3 0.3)
(3.1 1.1 0.2)	(3.2 1.2 0.2)
(3.1 1.1 0.3)	(3.2 1.2 0.3)

(3.1 1.2 0.2) (3.2 1.3 0.3)
(3.1 1.2 0.3) (3.3 1.3 0.3)

3.5. (3.a 1.c P.e)

(3.1 1.1 P.1) (3.1 1.3 P.3)
(3.1 1.1 P.2) (3.2 1.2 P.2)
(3.1 1.1 P.3) (3.2 1.2 P.3)
(3.1 1.2 P.2) (3.2 1.3 P.3)
(3.1 1.2 P.3) (3.3 1.3 P.3)

3.6. (3.a 0.d P.e)

(3.1 0.1 P.1) (3.1 0.3 P.3)
(3.1 0.1 P.2) (3.2 0.2 P.2)
(3.1 0.1 P.3) (3.2 0.2 P.3)
(3.1 0.2 P.2) (3.2 0.3 P.3)
(3.1 0.2 P.3) (3.3 0.3 P.3)

3.7. (2.b 1.c 0.d)

(2.1 1.1 0.1) (2.1 1.3 0.3)
(2.1 1.1 0.2) (2.2 1.2 0.2)
(2.1 1.1 0.3) (2.2 1.2 0.3)
(2.1 1.2 0.2) (2.2 1.3 0.3)
(2.1 1.2 0.3) (2.3 1.3 0.3)

3.8 (2.b 1.c P.e)

(2.1 1.1 P.1) (2.1 1.3 P.3)
(2.1 1.1 P.2) (2.2 1.2 P.2)
(2.1 1.1 P.3) (2.2 1.2 P.3)
(2.1 1.2 P.2) (2.2 1.3 P.3)
(2.1 1.2 P.3) (2.3 1.3 P.3)

3.9. (2.b 0.d P.e)

(2.1 0.1 P.1) (2.1 0.3 P.3)
(2.1 0.1 P.2) (2.2 0.2 P.2)
(2.1 0.1 P.3) (2.2 0.2 P.3)

(2.1 0.2 P.2) (2.2 0.3 P.3)
(2.1 0.2 P.3) (2.3 0.3 P.3)

10. (1.c 0.d P.e)

(1.1 0.1 P.1) (1.1 0.3 P.3)
(1.1 0.1 P.2) (1.2 0.2 P.2)
(1.1 0.1 P.3) (1.2 0.2 P.3)
(1.1 0.2 P.2) (1.2 0.3 P.3)
(1.1 0.2 P.3) (1.3 0.3 P.3)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die pentadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells. In:
Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Dualsysteme aus den 4 komplementären und inversen triadischen Zeichenfunktionen

1. Bei Bense heisst es an einer häufig nicht recht gewichtigten Stelle: „Berücksichtigt man nun, dass die triadische Zeichenrelation des Repräsentationsschemas im Prozess der Realisation einer Zeichenklasse durch ein trichotomisches System (jeweils dyadischer) Subzeichen mit gewissermassen stellenwertsetzender Funktion ergänzt wird, dann lassen sich auch die trichotomischen Glieder der triadischen Zeichenrelation in ihrer graduierenden Relationalität und Semiotizität durch Einsetzung der jeweils [sic] semiotischen Matrix (bzw. Teil-Matrix) formulieren. Für die Konstituierung der vollständigen triadischen Relation über Relationen ergibt sich

ZR (M, O, I) =
 ZR (M, M → O), (M → O. → I)
 ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.)
 ZR (.1., .2., .3.) =

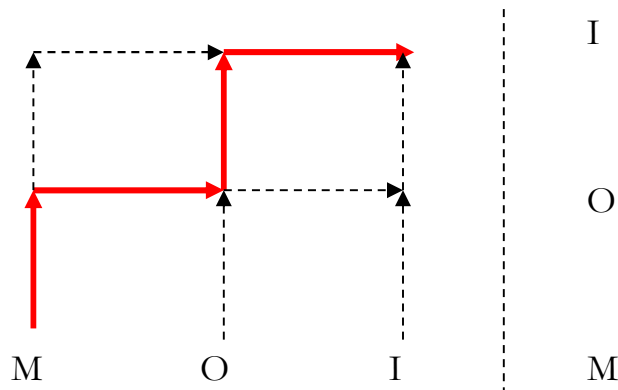
1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
			2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
						3.1	3.2	3.3“

(Bense 1979, S. 67).

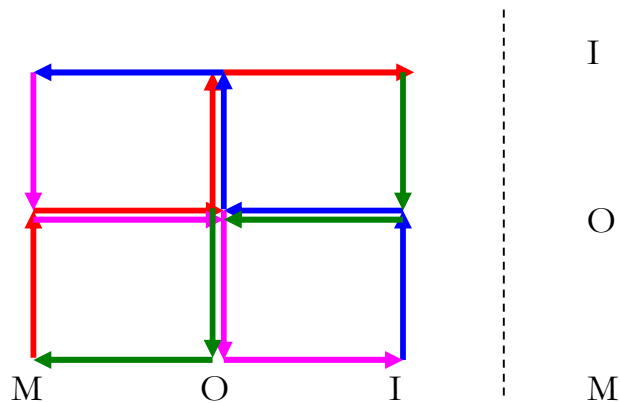
2. Wie bereits in Toth (2009) gezeigt wurde, genügt aber die von Bense gegebene Stufenfunktion

ZR = ((M, M → O), (M → O. → I))

nicht, um die „vollständige triadische Relation über Relationen“ zu konstituieren, wie man anhand des folgenden Schemas leicht ersehen kann:



denn eine „vollständige Konstituierung“ aller triadischen und trichotomischen Relationen im Sinne Benses würde das folgende Schema voraussetzen:



Wie man sofort erkennt, korrespondiert also nur der rot eingezeichnete Pfad mit der Benseschen Zeichenfunktion. Bezeichnen wir ihr Komplement, den blauen Pfad, mit ZR2 und die beiden abwärts führenden lila und grünen Zeichenfunktionen, die ebenfalls zueinander komplementär sind, mit ZR3 und ZR4, dann haben wir

$$\text{ZR1} = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I))),$$

$$\text{ZR2} = C(\text{ZR1}) = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))$$

$$\text{ZR3} = \text{ZR1}^{-1} = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))^{-1} = (((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)), M)$$

$$\text{ZR4} = \text{ZR2}^{-1} = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))^{-1} = (((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)), (I)).$$

3. Die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken sind über ZR1 konstruiert:

1. (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
2. (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
3. (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)
4. (3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
5. (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
6. (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)
7. (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
8. (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)
9. (3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)
10. (3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

Die dazu komplementären 10 Dualsysteme, die über ZR2 konstruierbar sind, sehen wie folgt aus:

1. (1.1 2.1 3.1) \times (1.3 1.2 1.1)
2. (1.1 2.1 3.2) \times (2.3 1.2 1.1)
3. (1.1 2.1 3.3) \times (3.3 1.2 1.1)
4. (1.1 2.2 3.2) \times (2.3 2.2 1.1)
5. (1.1 2.2 3.3) \times (3.3 2.2 1.1)
6. (1.1 2.3 3.3) \times (3.3 3.2 1.1)
7. (1.2 2.2 3.2) \times (2.3 2.2 2.1)
8. (1.2 2.2 3.3) \times (3.3 2.2 2.1)
9. (1.2 2.3 3.3) \times (3.3 3.2 2.1)
10. (1.3 2.3 3.3) \times (3.3 3.2 3.1)

Von den hierzu inversen Zeichenfunktion konstruieren wir zunächst die Dualsysteme über $ZR = ZR1^{-1}$:

1. (1.1 2.1 3.1) \times (1.3 1.2 1.1)
2. (1.2 2.1 3.1) \times (1.3 1.2 2.1)
3. (1.3 2.1 3.1) \times (1.3 1.2 3.1)
4. (1.2 2.2 3.1) \times (1.3 2.2 2.1)
5. (1.3 2.2 3.1) \times (1.3 2.2 1.3)
6. (1.3 2.3 3.1) \times (1.3 3.2 3.1)
7. (1.2 2.2 3.2) \times (2.3 2.2 2.1)
8. (1.3 2.2 3.2) \times (2.3 2.2 3.1)
9. (1.3 2.3 3.2) \times (2.3 3.2 3.1)
10. (1.3 2.3 3.3) \times (3.3 3.2 3.1)

Zum Schluss folgen die hierzu komplementären Zeichenklassen, d.h. die über $ZR4 = ZR2^{-1}$ konstruierten:

1. (3.1 2.1 1.1) \times (1.1 1.2 1.3)
2. (3.2 2.1 1.1) \times (1.1 1.2 2.3)
3. (3.3 2.1 1.1) \times (1.1 1.2 3.3)
4. (3.2 2.2 1.1) \times (1.1 2.2 2.3)
5. (3.3 2.2 1.1) \times (1.1 2.2 3.3)
6. (3.3 2.3 1.1) \times (1.1 3.2 3.3)

7. (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
8. (3.3 2.2 1.2) × (2.1 2.2 3.3)
9. (3.3 2.3 1.2) × (2.1 3.2 3.3)
10. (3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

4. Wie man erkennt, ändern sich also naturgemäss auch die den Zeichenklassen-Definitionen zugrunde liegenden Ordnungsschemata

$$\text{ZR1} = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$$

Ordnungsschema: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

$$\text{ZR2} = C(\text{ZR1}) = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))$$

Ordnungsschema: (1.a 2.b 3.c) mit $a \leq b \leq c$

$$\text{ZR3} = \text{ZR1}^{-1} = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))^{-1} = (((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)), M)$$

Ordnungsschema: (1.a 2.b 3.c) mit $c \leq b \leq a$

$$\text{ZR4} = \text{ZR2}^{-1} = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))^{-1} = (((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)), (I))$$

Ordnungsschema: (3.a 2.b 1.c) mit $c \leq b \leq a$.

Man vergleiche mit diesen Ausführungen diejenigen über semiotische Diamanten (Toth 2008, S. 177 ff.).

Bibliographie

- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
 Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008
 Toth, Alfred, Verschachtelung und komplementäre Verschachtelung bei Spurenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zu welchem semiotischen System führt die Vereinigung der vier verschachtelten Dualsysteme?

1. In Toth (2009a, b, c) hatten wir gesehen, dass 4 Zeichendefinition bzw. 1 Zeichendefinition mit 4 verschiedenen Ordnungsschemata nötig sind, um die von Bense (1979, S. 67) geforderte Definition der kleinen semiotischen Matrix durch die Peircesche Zeichenrelation zu gewährleisten:

1. $ZR1 = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$
Ordnungsschema: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$
2. $ZR2 = C(ZR1) = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))$
Ordnungsschema: (1.a 2.b 3.c) mit $a \leq b \leq c$
3. $ZR3 = ZR1^{-1} = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))^{-1} = (((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)), M)$
Ordnungsschema: (1.a 2.b 3.c) mit $c \leq b \leq a$
4. $ZR4 = ZR2^{-1} = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))^{-1} = (((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)), (I))$
Ordnungsschema: (3.a 2.b 1.c) mit $c \leq b \leq a$.

2. Konstruiert man nun die je 10 möglichen Dualsysteme über diesen 4 Zeichendefinitionen, so ergeben sich 4 Gruppen, welche teils strukturell ähnlich sind, teils aber markant abweichend. Vereinigt man die 40 Dualsysteme, so erhält man folgende Menge von Dualsystemen, von denen die vom Standardschema (1.) abweichenden mit * bezeichnet wurden.

2.1. Nicht-permutierte Dualsysteme

1. (3.1 2.1 1.1) \times (1.1 1.2 1.3) M-them. M
2. (3.1 2.1 1.2) \times (2.1 1.2 1.3) M-them. O
3. (3.1 2.1 1.3) \times (3.1 1.2 1.3) M-them. I
4. (3.1 2.2 1.2) \times (2.1 2.2 1.3) O-them. M
5. (3.1 2.2 1.3) \times (3.1 2.2 1.3) triad. Real.
6. (3.1 2.3 1.3) \times (3.1 3.2 1.3) I-them. M
7. *(3.2 2.1 1.1) \times (1.1 1.2 2.3) M-them. O
8. *(3.2 2.2 1.1) \times (1.1 2.2 2.3) O-them. M
9. (3.2 2.2 1.2) \times (2.1 2.2 2.3) O-them. O
10. (3.2 2.2 1.3) \times (3.1 2.2 2.3) O-them. I
11. (3.2 2.3 1.3) \times (3.1 3.2 2.3) I-them. O
12. *(3.3 2.1 1.1) \times (1.1 1.2 3.3) M-them. I

- 13. $*(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ 3.3)$ triad. Real.
- 14. $*(3.3\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{2.2}\ 3.3)$ O-them. I
- 15. $*(3.3\ 2.3\ 1.1) \times (1.1\ \underline{3.2}\ 3.3)$ I-them. M
- 16. $*(3.3\ 2.3\ 1.2) \times (2.1\ \underline{3.2}\ 3.3)$ I-them. O
- 17. $(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2}\ 3.3)$ I-them. I

2.2. Permutierte Dualsysteme

- 1. $(1.1\ 2.1\ 3.1) \times (1.3\ \underline{1.2}\ 1.1)$ M-them. M
- 2. $*(1.1\ 2.1\ 3.2) \times (2.3\ \underline{1.2}\ 1.1)$ M-them. O
- 3. $*(1.1\ 2.1\ 3.3) \times (3.3\ \underline{1.2}\ 1.1)$ M-them. I
- 4. $*(1.1\ 2.2\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ \underline{2.2}\ 1.1)$ O-them. M
- 5. $*(1.1\ 2.2\ 3.3) \times (\underline{3.3}\ \underline{2.2}\ 1.1)$ triad. Real.
- 6. $*(1.1\ 2.3\ 3.3) \times (\underline{3.3}\ \underline{3.2}\ 1.1)$ I-them. M
- 7. $(1.2\ 2.1\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{1.2}\ 2.1)$ M-them. O
- 8. $(1.2\ 2.2\ 3.1) \times (1.3\ \underline{2.2}\ 2.1)$ O-them. M
- 9. $(1.2\ 2.2\ 3.2) \times (2.3\ \underline{2.2}\ 2.1)$ O-them. O
- 10. $*(1.2\ 2.2\ 3.3) \times (3.3\ \underline{2.2}\ 2.1)$ O-them. I
- 11. $*(1.2\ 2.3\ 3.3) \times (\underline{3.3}\ \underline{3.2}\ 2.1)$ I-them. O
- 12. $(1.3\ 2.1\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{1.2}\ 3.1)$ M-them. I
- 13. $(1.3\ 2.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{2.2}\ 1.3)$ triad. Real.
- 14. $(1.3\ 2.2\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ \underline{2.2}\ 3.1)$ O-them. I
- 15. $(1.3\ 2.3\ 3.1) \times (1.3\ \underline{3.2}\ 3.1)$ I-them. M
- 16. $(1.3\ 2.3\ 3.3) \times (3.3\ \underline{3.2}\ 3.1)$ I-them. I
- 17. $(1.3\ 2.3\ 3.2) \times (2.3\ \underline{3.2}\ 3.1)$ I-them. O

Beide Teilsysteme haben also je 17 Dualsysteme, die einmal nach der „pragmatischen Maxime“, d.h. $(I \rightarrow O \rightarrow M)$, geordnet und einmal spiegelverkehrt $(M \rightarrow O \rightarrow I)$ aufscheinen. Bemerkenswert ist jedoch, dass sie keine von der Theorie der figurativen Zahlen her zu erwartende Menge von DS darstellen (vgl. Toth 2008, S. 222); es sind in Sonderheit weder 10, 15, 21, 28, noch 35 Zeichenklassen, zwischen denen „trichotomischer Wechsel“ sichtbar wird (Toth 2008, S. 222 ff.). Die auf der Entdeckung der 4 statt 1 verschachtelten Zeichenrelationen der ursprünglichen Peirceschen Zeichendefinition beruhende Menge von 34 Dualsystemen ist daher ein strukturell neues Teilorganon der Semiotik.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl.
2008

Toth, Alfred, Verschachtelung und komplementäre Verschachtelung bei

Spurenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Dualsysteme aus den 4 komplementären und inversen triadischen

Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die semiotischen "Schachtelrealitäten". In: Electronic Journal of

Mathematical Semiotics, 2009c

Die 5 semiotischen Basismatrizen und ihre Dualsysteme

1. Kaehr (2008, S. 7) hat vier polykontexturale Matrizen als Teilmatrizen einer tetradisch-tetratomischen Matrix vorgestellt. Im folgenden gebe ich sie wieder als monokontexturale und vier polykontexturale semiotische triadisch-trichotomische Matrizen, bei denen also von Schritt zu Schritt jeweils die Komplexität um eine Kontextur erhöht wird.

1.1. Monokontexturale semiotische Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

1.2. 1-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix}$$

1.3. 2-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_{1,2} \\ 3.1_1 & 3.2_{1,2} & 3.3_{1,2} \end{pmatrix}$$

1.4. 3-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

1.5. 4-kontexturale Matrix

$$\left(\begin{array}{ccc} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{array} \right)$$

2. Wenn man nun die 5 mal 10 Dualsysteme über diesen 5 Matrizen konstruiert, stellt man fest, dass beim Übergang von 1.1. zu 1.2. (Qualitätssprung) punkt formalen Neuerungen nichts passiert. In Sonderheit ist Eigenrealität auch in der 1-kontexturalen Matrix noch erhalten. Vergleicht man 1.3 mit 1.4, d.h. die 2- mit der 3-kontexturalen Matrix, so erkennt man, die in ersterer auch das Subzeichen (2.3) und seine Konverse (3.2) nicht mehr dualidentisch ist, dass dies aber nur für 2 und nicht für 3 Kontexturen gilt, denn in der 3-kontexturalen Matrix sind nur die genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen) nicht mehr dualinvariant (was ihre Kontexturenzahlen betrifft). Verhältnismässig einfach schaut auch der Übergang von der 3- zur 4-kontexturalen Matrix aus, da hier jede Kontexturzahl einfach um die 4 ergänzt wird.

2.1. Monokontexturale Dualsysteme

1. (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
2. (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
3. (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)
4. (3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
5. (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
6. (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)
7. (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
8. (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)
9. (3.2₂ 2.3₂ 1.3₃) × (3.1₃ 3.2₂ 2.3₂)
10. (3.3_{2,3} 2.3₂ 1.3₃) × (3.1₃ 3.2₂ 3.3_{3,2})

2.2. 1-kontexturale Dualsysteme

1. (3.1₁ 2.1₁ 1.1₁) × (1.1₁ 1.2₁ 1.3₁)
2. (3.1₁ 2.1₁ 1.2₁) × (2.1₁ 1.2₁ 1.3₁)
3. (3.1₁ 2.1₁ 1.3₁) × (3.1₁ 1.2₁ 1.3₁)
4. (3.1₁ 2.2₁ 1.2₁) × (2.1₁ 2.2₁ 1.3₁)
5. (3.1₁ 2.2₁ 1.3₁) × (3.1₁ 2.2₁ 1.3₁)

6. $(3.1_1 \ 2.3_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_1 \ 1.3_1)$
7. $(3.2_1 \ 2.2_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_1 \ 2.3_1)$
8. $(3.2_1 \ 2.2_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_1 \ 2.3_1)$
9. $(3.2_1 \ 2.3_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_1 \ 2.3_1)$
10. $(3.3_1 \ 2.3_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_1 \ 3.3_1)$

2.3. 2-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.1_1) \times (1.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
2. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
3. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
4. $(3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$
5. $(3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$
6. $(3.1_1 \ 2.3_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_{2,1} \ 1.3_1)$
7. $(3.2_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_{2,1})$
8. $(3.2_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_{2,1})$
9. $(3.2_{1,2} \ 2.3_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_{2,1} \ 2.3_{2,1})$
10. $(3.3_{1,2} \ 2.3_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_{2,1} \ 3.3_{2,1})$

2.4. 3-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
2. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
3. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
4. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
5. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
6. $(3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 1.3_3)$
7. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$
8. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$
9. $(3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 3.3_{3,2})$

2.5. 4-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4}) \times (1.1_{4,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
2. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
3. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$

4. (3.1_{3,4} 2.2_{1,2,4} 1.2_{1,4})× (2.1_{4,1} 2.2_{4,2,1} 1.3_{4,3})
5. (3.1_{3,4} 2.2_{1,2,4} 1.3_{3,4})× (3.1_{4,3} 2.2_{4,2,1} 1.3_{4,3})
6. (3.1_{3,4} 2.3_{2,4} 1.3_{3,4}) × (3.1_{4,3} 3.2_{4,2} 1.3_{4,3})
7. (3.2_{2,4} 2.2_{1,2,4} 1.2_{1,4})× (2.1_{4,1} 2.2_{4,2,1} 2.3_{4,2})
8. (3.2_{2,4} 2.2_{1,2,4} 1.3_{3,4})× (3.1_{4,3} 2.2_{4,2,1} 2.3_{4,2})
9. (3.2_{2,4} 2.3_{2,4} 1.3_{3,4}) × (3.1_{4,3} 3.2_{4,2} 2.3_{4,2})
10. (3.3_{2,3,4} 2.3_{2,4} 1.3_{3,4})× (3.1_{4,3} 3.2_{4,2} 3.3_{4,3,2})

Wie gesagt, bei dieser Art von Darstellung wird im Gegensatz zu Kaehrs Verfahren ausgeblendet, dass z.B. 3-kontexturale Systeme Fragmente 4-kontexturaler sind, usw.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008)

Ein Fall von chiasmischer Symmetrie bei konkreten Dualsystemen

1. In Toth (2009) wurde zwischen semiotischer und ontologischer Eigenrealität unterschieden. Die bisher einzig bekannte semiotische Eigenrealität, welche formal durch die Dualidentität der einzigen Peirceschen Zeichenklasse

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

zum Ausdruck kommt, definiert dadurch, wie sich Bense im Anschluss an Peirce und Hilbert ausdrückte, einen „ideal state of things“ bzw. ein „Gedankending“, d.h. „konstruktiv gegebene Zeichen, die als solche intelligibel existieren“ (Bense 1980, S. 288 f.). Dualidentität bedeutet somit, dass das Zeichen und die Zahl keine andere als die von ihnen selbst repräsentierte Realität besitzen, d.h. eine innere, rein semiotische Realität.

2. Nun hatten wir, ebenfalls in Toth (2009), darauf hingewiesen, dass das Zeichen und die Zahl als reine „Gedankendinge“, d.h. im Sinne von Bense (1975, S. 16) als reine „Bewusstseinsfunktionen“ ihr Pendant in den natürlichen Zeichen haben, die dementsprechend als „Materiedinge“ bzw. als reine „Weltfunktionen“ aufgefasst werden dürfen. Als Beispiel erwähne ich nochmals die Eisblume, die kein Zeichen für Anderes, sondern für nur für sich selbst darstellt, also in ihrer Materialität zwar nicht semiotisch, jedoch ontologisch eigenreal ist. Als Funktion des Klimas, das sie entstehen lässt, ist sie als Zeichen ebenfalls, d.h. wie das Zeichen selbst und die Zahl, vorgegeben, so dass sich als Gedankendinge und natürliche Zeichen von allen übrigen Zeichenformen abheben, die bekanntlich nicht gegeben sind, sondern thetisch eingeführt werden müssen.

3. Wir müssen allerdings an dieser Stelle wiederum auf gewisse hybride Formen aus „gemischten“ semiotisch und ontologisch eigenrealen Zeichenrelationen hinweisen, die einfach dadurch entstehen können, dass das Zeichen ja, wiederum nach Bense (1975, S. 16), als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein vermittelt. Die folgenden Fälle sind möglich, die wir nach dem Vorschlag von Kaehr (2008) mit Kontexturenzahlen versehen, um sie besser zu unterscheiden:

$$\text{KER}_{11} = (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$$

$$*\text{KER}_{12} = (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$$

$$\text{KER}_{13} = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$$

$$*KER_{14} = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ \mathbf{2.2}_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ \mathbf{2.2}_{2,1} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$$

$$KER_{21} = (3.1_3 \ \mathbf{2.2}_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ \mathbf{2.2}_{2,1} \ 1.3_3)$$

$$*KER_{22} = (3.1_3 \ \mathbf{2.2}_{1,2} \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ \mathbf{2.2}_{2,1} \ 1.3_3)$$

$$KER_{23} = (3.1_3 \ \mathbf{2.2}_{2,1} \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ \mathbf{2.2}_{1,2} \ 1.3_3)$$

$$*KER_{24} = (3.1_3 \ \mathbf{2.2}_{2,1} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ \mathbf{2.2}_{1,2} \ 1.3_3)$$

Es handelt sich also durchwegs um Fälle, die auf der Konkreten Zeichenklasse

$$KZR = (M, O, \Omega, I)$$

beruhen, die also nicht nur den Objektbezug mit dem inneren, semiotischen Objekt enthält, sondern auch das ontologische Objekt selbst, so dass hier also die Kontexturgrenzen zwischen dem repräsentierten (vermittelten) und dem präsentieren (unvermittelten) Objekt aufgehoben sind. Wie man durch Eintragung der entsprechen Kontexturenzahlen sieht, sind also nur die gestirnten 2 mal 2 Fälle von den total 8 echt-eigenreal, da bei den übrigen die Kontexturenzahlen mit der Dualisation invertiert werden. Auffälligerweise haben wir also

$$Rth(KER1.n) = KER2.n$$

$$Rth(KER2.n) = KER1.n,$$

d.h. die Dualisierung impliziert eine chiastische, nicht-klassische Symmetrie:

$$KER1 = (3.1 \ 2.2 \ \mathbf{2.2} \ 1.3) \times (3.1 \ \mathbf{2.2} \ 2.2 \ 1.3)$$

$$KER2 = (3.1 \ \mathbf{2.2} \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ \mathbf{2.2} \ 2.2 \ 1.3),$$

wodurch man wiederum schön sieht, dass die Dualisierung kontexturell relevant ist. Sie führt also von konkreten Zeichenklassen mit Primordialität vermitteltler zu Realitätsthematiken mit Primordialität unvermittelter Objektbezüge und umgekehrt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294
 Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

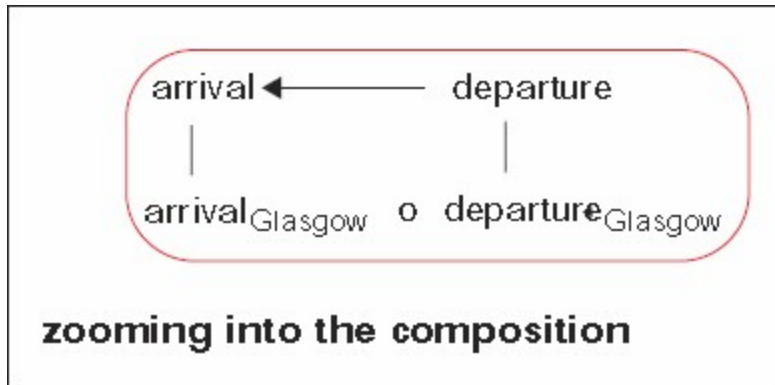
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2009)

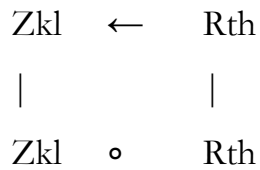
Toth, Alfred, Ontologische, semiotische und „gemischte“ Eigenrealität In: Electronic Journal for Mathematical Semotics, 2009

Semiotische Dualsysteme und Diamantenmodell

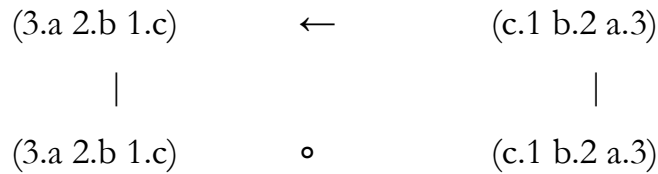
1. Bei seiner Einführung des polykontexturalen Diamantenmodells ging Rudolf Kaehr von dem folgende Abreise-Ankunft-Schema aus (Kaehr 2007, S. 18):



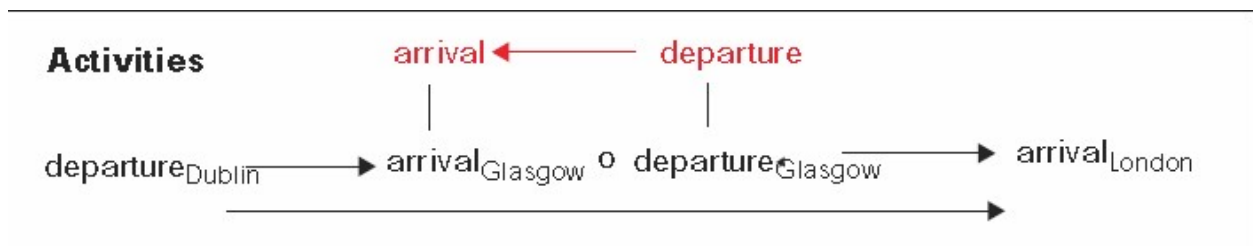
Nun entspricht dieser Kreisprozeß insofern den semiotischen Verhältnissen, als wir haben



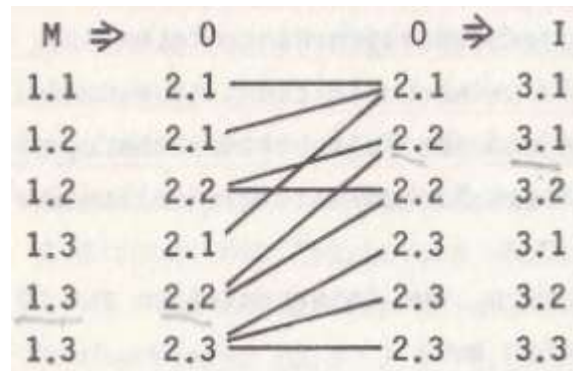
O.B.d.A. können wir einsetzen



2. Allerdings bedarf das Abreise-Ankunft-Schema zweier Erweiterungen, bevor es in ein Diamantenmodell transformierbar ist (vgl. Kaehr 2007, S. 19):



d.h. es muß nochmals die Abfahrt vom Ausgangsort und die Ankunft am Zielort (auf dem Hinweg) eingetragen werden. Für unser semiotisches Modell bedeutet dies allerdings nicht die zusätzliche Verdoppelung von Zkl und Rth, sondern deren Ersetzung als Triaden in der Form von „konkatenierten“ Dyaden nach dem Muster von Walther (1979, S. 73):



D.h.

$$(3.a\ 2.b) \leftarrow (b.2\ a.3)$$

$$\quad \quad \quad | \quad \quad \quad |$$

$$(3.a\ 2.b) \rightarrow (2.b\ 1.c) \quad \circ \quad (c.1\ b.2) \rightarrow (b.2\ a.3)$$

Von hier aus ist es nur noch ein kurzer Schritt bis zur Vervollständigung eines semiotischen Diamantenmodells, nämlich die Umkehrung der „hetero-morphen“ Relation

$$(b.2\ a.3) \rightarrow (3.a\ 2.b)$$

und ihre Ergänzung im letzten Modell:

$$(3.a\ 2.b) \leftarrow (b.2\ a.3)$$

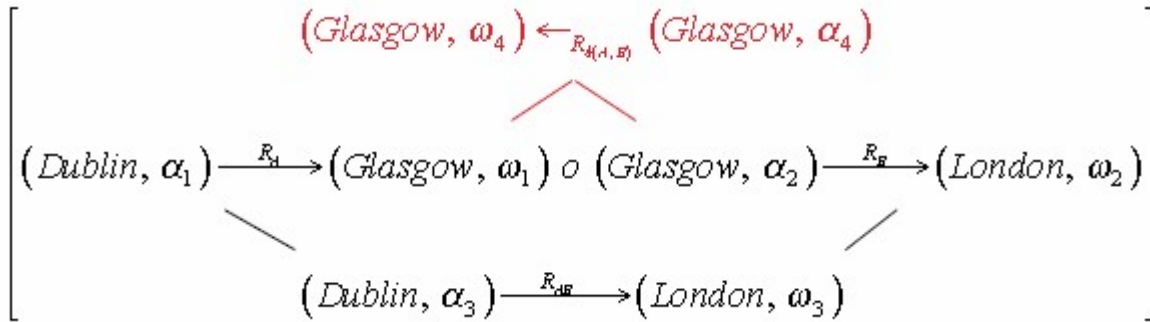
$$\quad \quad \quad | \quad \quad \quad |$$

$$(3.a\ 2.b) \rightarrow (2.b\ 1.c) \quad \circ \quad (c.1\ b.2) \rightarrow (b.2\ a.3)$$

$$\quad \quad \quad | \quad \quad \quad |$$

$$(3.a\ 2.b) \rightarrow (b.2\ a.3)$$

entsprechend dem Modell Kaehrs (2007, S. 19):



Allerdings ist damit die Geschichte noch keineswegs zu Ende, da die zu einer Zeichenklasse gehörige heteromorphe Relation nicht etwa eine der folgenden theoretisch zu erwartenden inversen triadischen Relationen ist

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (1.c \ 2.b \ 3.a)$$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (a.3 \ b.2 \ c.1),$$

sondern, wie wir gesehen haben, die folgende *dyadische* Relation

$$(3.a \ 2.b) \leftarrow (b.2 \ a.3).$$

Da eine Zeichenklasse aber aus zwei Dyaden besteht, folgt hieraus, daß jeder Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik nicht 1, sondern 2 Heteromorphismen zugeordnet sind, denn wir können im semiotischen Diamanten ja Zkl und Rth vertauschen:

$$\begin{array}{ccc} (c.1 \ b.2) & \leftarrow & (2.b \ 1.c) \\ | & & | \\ (c.1 \ b.2) \rightarrow (b.2 \ a.3) & \circ & (3.a \ 2.b) \rightarrow (2.b \ 1.c) \\ | & & | \\ (c.1 \ b.2) & \rightarrow & (2.b \ 1.c), \end{array}$$

d.h. der 2. Heteromorphismus ist

$$(c.1 \ b.2) \leftarrow (2.b \ 1.c),$$

so daß also allgemein jede Zeichenklasse und Realitätsthematik der dualen Form

$$\times(3.a \ 2.b \ 1.c) = (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

den beiden folgenden heteromorphischen Relationen

$$(3.a \ 2.b) \leftarrow (b.2 \ a.3)$$

$$(c.1 \ b.2) \leftarrow (2.b \ 1.c),$$

die übrigens (erwartungsgemäß) selbst dual sind:

$$\times(3.a \ 2.b) = (b.2 \ a.3)$$

$$\times(c.1 \ b.2) = (2.b \ 1.c).$$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Charakterisierung der Peirceschen Dualsysteme durch Variablen semiotischer Heteromorphismen

1. In Toth (2011) wurde gezeigt, daß es zu jedem semiotischen Dualsystem

$$DS = (3.a \ 2.b \ 1.c) \times (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

zwei (und nicht nur eine) Diamantendarstellung gibt, die man aus leicht einzusehenden Gründen den zeichentheoretischen Diamanten

$$\begin{array}{ccc}
 (3.a \ 2.b) & \leftarrow & (b.2 \ a.3) \\
 | & & | \\
 (3.a \ 2.b) \rightarrow (2.b \ 1.c) & \circ & (c.1 \ b.2) \rightarrow (b.2 \ a.3) \\
 | & & | \\
 (3.a \ 2.b) & \rightarrow & (b.2 \ a.3)
 \end{array}$$

und den realitätstheoretischen Diamanten

$$\begin{array}{ccc}
 (c.1 \ b.2) & \leftarrow & (2.b \ 1.c) \\
 | & & | \\
 (c.1 \ b.2) \rightarrow (b.2 \ a.3) & \circ & (3.a \ 2.b) \rightarrow (2.b \ 1.c) \\
 | & & | \\
 (c.1 \ b.2) & \rightarrow & (2.b \ 1.c),
 \end{array}$$

nennen kann.

Somit besitzt auch jedes semiotische Dualsystem zwei Heteromorphismen (und nicht nur einen)

$$(3.a \ 2.b) \leftarrow (b.2 \ a.3)$$

$$(c.1 \ b.2) \leftarrow (2.b \ 1.c),$$

die selbst wiederum dual zueinander sind.

$$\times(3.a \ 2.b) = (b.2 \ a.3)$$

$$\times(c.1 \ b.2) = (2.b \ 1.c).$$

2. In einem weiteren Schritt kann man nun für die Variablen a, b und c Werte aus der Menge $S = (1, 2, 3)$ der Primzeichen einsetzen, so zwar, daß die Ordnungsrelation

$$Zkl = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a \leq b \leq c$$

bzw.

$$Rth = (c.1 \ b.2 \ a.3) \text{ mit } c \leq b \leq a$$

erfüllt ist. Da in einem semiotischen Dualsystem im folgenden unterstrichenen Primzeichen konstant sind

$$Zth = (\underline{3}.a \ 2.b \ \underline{1}.c) \times (c.\underline{1} \ b.\underline{2} \ a.\underline{3}) = Rth,$$

genügt es natürlich, semiotische Dualsysteme allein durch ihre trichotomischen Stellenwerte zu charakterisieren. Diese Charakteristik (genauer: Abbildung) ist außerdem wegen der Ordnung ($a \leq b \leq c$) für Zkln bzw. ($c \leq b \leq a$) für Rthn umkehrbar eindeutig:

$$(111) \quad \times \quad (111)$$

$$(112) \quad \times \quad (211)$$

$$(113) \quad \times \quad (311)$$

$$(122) \quad \times \quad (221)$$

$$(123) \quad \times \quad (321)$$

$$(133) \quad \times \quad (331)$$

$$(222) \quad \times \quad (222)$$

$$(223) \quad \times \quad (322)$$

$$(233) \quad \times \quad (332)$$

$$(333) \quad \times \quad (333)$$

Wenn man nun nochmals die beiden Heteromorphismen pro Dualsystem betrachtet

$$(3.a \ 2.b) \leftarrow (b.2 \ a.3)$$

$$(c.1 \ b.2) \leftarrow (2.b \ 1.c)$$

erkennt man, daß folgende Gleichungen gelten.

Für Zeichenklassen:

$$(.a \ .b \ .c) = (3.a \ 2.b) \cup (2.b \ 1.c)$$

Für Realitätsthematiken:

$$(c. \ b. \ a.) = (c.1 \ b.2) \cup (b.2 \ a.3),$$

jeweils mit $1, 2, 3 = \text{const.}$

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Dualsysteme und Diamantenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Ränder und Grenzünder im vollständigen System semiotischer Dualsysteme

1. Wie schon sein Vorgänger (Toth 2013a), so dient auch der vorliegende Aufsatz als "Serviceartikel": Er stellt spezifisch Ränder und Grenzünder einander gegenüber, behandelt jedoch unter Benützung zweier neuerer Arbeiten (Toth 2013b, c) nicht nur die 10 regulären, sondern auch die 17 irregulären, d.h. alle über $PZR = (.1., .2., .3.)$ (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) möglichen 27 semiotischen Dualsysteme.

2. Reguläre semiotische Dualsysteme

2.1. $(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1).$$

2.2. $(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1).$$

2.3. $(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.4. $(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

2.5. $(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

2.6. $(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3).$$

2.7. $(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (3.3, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

2.8. $(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (3.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

2.9. (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = (3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

2.10. (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

3. Irreguläre semiotische Dualsysteme

3.1. (3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = (2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

3.2. $(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (3.2, 3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

3.3. $(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (3.2, 3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (3.1, 2.3, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

3.4. $(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = (3.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

3.5. $(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = (3.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

3.6. $(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (2.2, 3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

3.7. $(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = (3.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

3.8. $(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = (3.1, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = (3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = (1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

3.9. $(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = (3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 3.3)$$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

3.10. $(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1).$$

3.11. $(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = (3.1, 3.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = (2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = (3.1, 2.2, 3.2)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.12. $(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (3.1, 3.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = (2.2, 3.2)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.13. $(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = (1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 3.2)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.14. $(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = (3.1, 3.2)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.15. $(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = (3.2)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.16. $(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = (2.1, 3.1)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.17. $(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$

Ränder:

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = (3.1)$$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

Literatur

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Ränder und Grenzen symmetrischer semiotischer Dualsysteme

1. Vgl. zu den Voraussetzungen Toth (2013a-e). Im Anschluß an Toth (2008) unterscheiden wir zwischen Voll-, Binnen- und Spiegelsymmetrie.

2.1. Vollsymmetrie

3.1 2.2 1.3 1.3 2.2 3.1

3.1 2.2 1.3 1.3 2.2 3.1

3.2 1.1 2.3 2.3 1.1 3.2

3.2 1.1 2.3 2.3 1.1 3.2

2.1.1. (3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)

$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = \emptyset$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 1.1, 1.2)$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.3)$

2.1.2. (3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)

$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) = \emptyset$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = (3.1, 2.1, 2.2)$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = (3.3, 1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 2.1, 2.2)$

$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = (1.2, 1.3, 3.3)$

2.2. Binnensymmetrie

2.1 3.1 1.2 1.2 3.1 2.1

2.1 1.3 1.2 1.2 1.3 2.1

3.1 2.1 1.3 1.3 2.1 3.1

3.1 1.2 1.3 1.3 1.2 3.1

3.1 2.3 1.3 1.3 2.3 3.1

3.1 3.2 1.3 1.3 3.2 3.1

$$\begin{array}{ll} \underline{3.2\ 1.2\ 2.3} & \underline{2.3\ 1.2\ 3.2} \\ \underline{3.2\ 2.1\ 2.3} & \underline{2.3\ 2.1\ 3.2} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \underline{3.2\ 1.3\ 2.3} & \underline{2.3\ 1.3\ 3.2} \\ \underline{3.2\ 3.1\ 2.3} & \underline{2.3\ 3.1\ 3.2} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \underline{2.1\ 3.3\ 1.2} & \underline{1.2\ 3.3\ 2.1} \\ \underline{2.1\ 3.3\ 1.2} & \underline{1.2\ 3.3\ 2.1} \end{array}$$

$$2.2.1. (3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) = (1.3, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = (1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

$$2.2.2. (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (3.2, 3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (1.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = (2.2, 3.2, 2.3, 3.3)$$

$$2.2.3. (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) = (2.3, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.2)$$

2.2.4. (3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = (3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 3.3)$$

2.2.5. (3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) = (1.3, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = (3.3)$$

2.2.6. (3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = (3.1, 3.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = (2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = (3.1, 2.2, 3.2)$$

2.3. Spiegelsymmetrie

3.1 2.2 1.1 3.1 1.1 2.2 2.2 3.1 1.1 2.2 1.1 3.1 1.1 3.1 2.2 1.1 2.2 3.1

1.1 2.2 1.3 2.2 1.1 1.3 1.1 1.3 2.2 1.3 1.1 2.2 2.2 1.3 1.1 1.3 2.2 1.1

3.2 2.2 1.1 3.2 1.1 2.2 2.2 3.2 1.1 2.2 1.1 3.2 1.1 3.2 2.2 1.1 2.2 3.2

1.1 2.2 2.3 2.2 1.1 2.3 1.1 2.3 2.2 2.3 1.1 2.2 2.2 2.3 1.1 2.3 2.2 1.1

3.3 2.1 1.1 3.3 1.1 2.1 2.1 3.3 1.1 2.1 1.1 3.3 1.1 3.3 2.1 1.1 2.1 3.3

1.1 1.2 3.3 1.2 1.1 3.3 1.1 3.3 1.2 3.3 1.1 1.2 1.2 3.3 1.1 3.3 1.2 1.1

3.3 2.2 1.1 3.3 1.1 2.2 2.2 3.3 1.1 2.2 1.1 3.3 1.1 3.3 2.2 1.1 2.2 3.3
1.1 2.2 3.3 2.2 1.1 3.3 1.1 3.3 2.2 3.3 1.1 2.2 2.2 3.3 1.1 3.3 2.2 1.1

3.3 2.2 1.2 3.3 1.2 2.2 2.2 3.3 1.2 2.2 1.2 3.3 1.2 3.3 2.2 1.2 2.2 3.3
2.1 2.2 3.3 2.2 2.1 3.3 2.1 3.3 2.2 3.3 2.1 2.2 2.2 3.3 2.1 3.3 2.2 2.1

3.3 2.2 1.3 3.3 1.3 2.2 2.2 3.3 1.3 2.2 1.3 3.3 1.3 3.3 2.2 1.3 2.2 3.3
3.1 2.2 3.3 2.2 3.1 3.3 3.1 3.3 2.2 3.3 3.1 2.2 2.2 3.3 3.1 3.3 2.2 3.1

3.3 2.3 1.1 3.3 1.1 2.3 2.3 3.3 1.1 2.3 1.1 3.3 1.1 3.3 2.3 1.1 2.3 3.3
1.1 3.2 3.3 3.2 1.1 3.3 1.1 3.3 3.2 3.3 1.1 3.2 3.2 3.3 1.1 3.3 3.2 1.1

2.3.1. $(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$
 $G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) = (1.3, 3.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = (2.1)$
 $\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$
 $\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$
 $\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$

2.3.2. $(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$
 $G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) = (2.3, 3.2)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = (3.1, 2.1)$
 $\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$
 $\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = (1.2, 1.3)$
 $\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 3.3)$

2.3.3. $(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$
 $G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) = (1.2, 2.1)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = (3.1, 3.2)$
 $\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$
 $\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$
 $\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2)$

$$2.3.4. (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = (1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 3.2)$$

$$2.3.5. (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) = (1.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = (3.1, 3.2)$$

$$2.3.6. (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) = (1.3, 3.1)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = (3.2)$$

$$2.3.7. (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) = (1.3, 3.1, 2.3, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset$$

3. Feststellungen

Nur in den beiden Fällen von semiotischer Vollsymmetrie ist systembedingt $G = \emptyset$:

2.1.1. $(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$

2.1.2. $(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$

In beiden Fällen liegt Eigenrealität vor (vgl. Bense 1992), allerdings ist sie nur im Falle von 2.1.1. ins Peirce-Bensesche 10er-System integriert, da 2.1.2. gegen die trichotomische Inklusionsordnung verstößt. Neben diesen beiden gibt es nur noch zwei weitere Fälle von $G = \emptyset$:

2.2.6. $(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$

2.3.4. $(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$.

In 2.3.4. liegt die sog. Kategorienklasse vor, bei der Bense (1992) "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" konstatierte. Während der strukturelle Unterschied zwischen 2.1.1. und 2.1.2. darin besteht, daß in 2.1.1. die Binnensymmetrie zentral und in 2.1.2. marginal ist, besteht der Unterschied zwischen 2.2.6. und 2.3.4. darin, daß in 2.2.6. die dyaden-interne Binnensymmetrie von 2.3.4. auf ein Paar von Dyaden distribuiert ist.

Literatur

- Toth, Alfred, Eigenrealität und Symmetrie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008
- Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a
- Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b
- Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c
- Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d
- Toth, Alfred, Paarweiser Zusammenhang von Zeichengrenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e

Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme

1. Vgl. zur Topologie der semiotischen Ränder, Grenzen und Grenzränder/Randgrenzen Toth (2013a-e). Die 10 Peirce-Benseschen Dualsysteme sind eine Teilmenge der $3^3 = 27$ möglichen, aus der Menge der Primzeichen $P = (.1., .2., .3.)$ (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) herstellbaren triadisch-trichotomischen semiotischen Relationen. Nachdem in Toth (2013e) die regulären 10 Dualsysteme untersucht worden waren, beschäftigen wir uns im folgenden mit den 17 irregulären. Diese 17 Dualsysteme sind irregulär, weil sie gegen die inklusive semiotische Ordnung (3.a, 2.b, 1.c) mit $a \leq b \leq c$ verstoßen. Lediglich ein Dualsystem, das als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix fungierende Dualsystem (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3), hat in der Benseschen Semiotik eine gewisse Würdigung erhalten (vgl. Bense 1992).

Vollständiges System aller 27 triadisch-trichotomischen Relationen.

(3.1, 2.1, 1.1)	*(3.1, 2.2, 1.1)	*(3.1, 2.3, 1.1)
(3.1, 2.1, 1.2)	(3.1, 2.2, 1.2)	*(3.1, 2.3, 1.2)
(3.1, 2.1, 1.3)	(3.1, 2.2, 1.3)	(3.1, 2.3, 1.3)
*(3.2, 2.1, 1.1)	*(3.2, 2.2, 1.1)	*(3.2, 2.3, 1.1)
*(3.2, 2.1, 1.2)	(3.2, 2.2, 1.2)	*(3.2, 2.3, 1.2)
*(3.2, 2.1, 1.3)	(3.2, 2.2, 1.3)	(3.2, 2.3, 1.3)
*(3.3, 2.1, 1.1)	*(3.3, 2.2, 1.1)	*(3.3, 2.3, 1.1)
*(3.3, 2.1, 1.2)	*(3.3, 2.2, 1.2)	*(3.3, 2.3, 1.2)

*(3.3, 2.1, 1.3)

*(3.3, 2.2, 1.3)

(3.3, 2.3, 1.3)

2. Grenzen, Ränder und Grenzränder/Randgrenzen der irregulären semiotischen Dualsysteme

2.1. (3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = (2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (3.2, 3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

2.2. (3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = (2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (3.2, 3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = (1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.1, 3.1, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$2.3. (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (3.2, 3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (3.1, 2.3, 3.3)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

$$2.4. (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = (3.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

$$2.5. (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = (3.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (3.3, 2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.1, 2.2, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

$$2.6. (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (3.3, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.1, 2.1, 1.3)$$

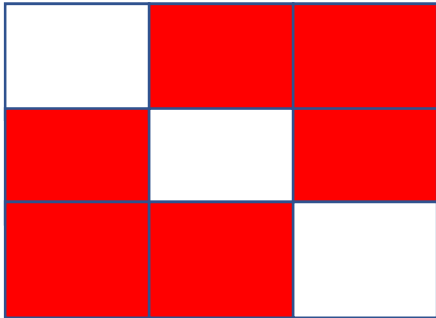
$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (2.2, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$



$$2.7. (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = (3.1, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (3.3, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.2, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

$$2.8. (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = (3.1, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = (3.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = (1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = (2.1, 3.1, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$2.9. (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (3.1, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = (3.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = (3.1, 3.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$2.10. (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = (3.1, 3.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (2.2, 2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1).$$

$$2.11. (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = (3.1, 3.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = (2.2, 2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = (3.1, 2.2, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.12. (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (3.1, 3.2, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = (2.2, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = (2.2, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.13. (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = (2.3, 1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = (1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = (2.1, 3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.14. (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.15. (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1, 3.2, 2.1, 1.1, 1.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.1, 2.1, 1.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.16. (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

$$\mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = (2.1, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$2.17. (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (3.1, 3.2, 2.1, 2.2, 1.1)$$

$$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = (1.3)$$

$$\mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 1.3, 2.3)$$

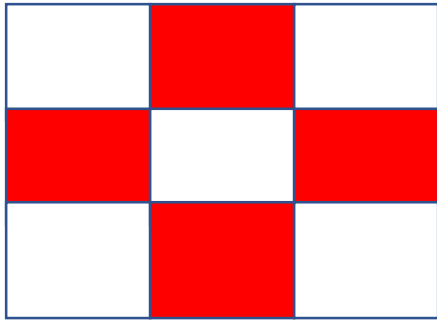
$$\mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$



3. Feststellungen

3.1. $G = \emptyset$: (2.8., 2.11., 2.13.).

3.2. 2./4. statt 1./3. G-Position = \emptyset : (2.9., 2.12., 2.14. bis 2.17.). Nur in 2.17 mit Dyaden statt Monaden in 1. und 3. G-Position.

3.3. Gleiche Grenzränder/Randgrenzen haben

(2.1., 2.15.), (2.4, 2.17.),

(2.5., 2.7., 2.16.), (2.9., 2.10., 2.14.).

Singulär sind: (2.2), (2.12.)

3.4. Strukturell auffällig sind (2.3.) und (2.6.), da hier nur die Nebendiagonale unbesetzt ist (Leerstellen = Platzhalter der Subrelationen der Eigenrealität!).

3.5. Korrespondenzen von Randgrenzen/Grenzrändern regulärer Dualsysteme mit irregulären.

$$[(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)].$$

$$[(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)].$$

$[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$ keine Korrespondenz .

$$[(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)].$$

$$[(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)].$$

$$[(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$

$$[(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$

$$[(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$

$$[(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)] \cong_G [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)].$$

Nun finden sich aber weitere Isomorphien unter den regulären Dualsystemen

$$[(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)]$$

$$[(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)]$$

$$[(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)]$$

D.h. wir können die obigen Korrespondenzen wie folgt vereinfachen

$$[(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)].$$

$$[(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)] \cong_G$$

$$[(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)] \cong_G [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)].$$

$[(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$ keine Korrespondenz .

$$[(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)] \cong_G$$

$$[(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)].$$

$$[(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)] \cong_G$$

$$[(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$

$$[(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)] \cong_G [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)] \cong_G$$

$$[(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$

Auffällig ist also in Sonderheit, daß der Mittel-thematisierte Interpretant überhaupt keine Grenzrand/Randgrenzen-Korrespondenz besitzt. Generell

besitzen somit sämtliche 17 irregulären semiotischen Relationen isomorphe Grenzränder/Randgrenzen mit sämtlichen 10 regulären semiotischen Relationen. Damit besteht also strukturell-semiotisch eine Form von Homöostasis zwischen den beiden Partitionen der totalen Menge von 27 semiotischen Relationen in Ergänzung zu derjenigen, die Walther (1982) für die Teilmenge der 10 regulären semiotischen Relationen qua Eigenrealität nachgewiesen hatte.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Isomorphe und homomorphe semiotische Grenzen und Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

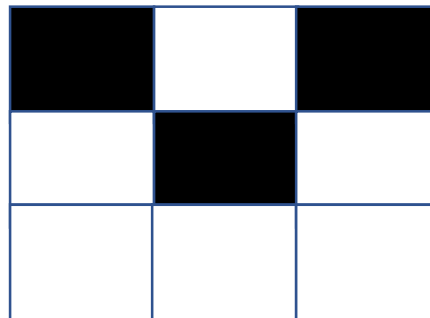
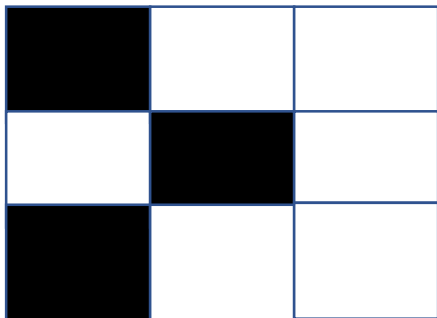
Toth, Alfred, Ränder und Grenzen symmetrischer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

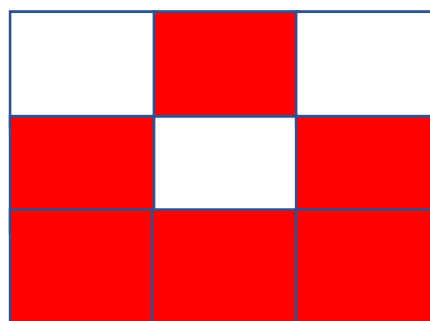
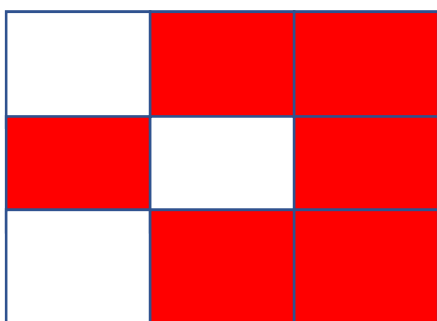
Nachbarschaftsrelationen irregulärer semiotischer Dualsysteme

1. Da die Untersuchung von Nachbarschaften und Umgebungen semiotischer Subrelationen und Dualsystemen (vgl. Toth 2013a-d) sehr interessante neue semiotische Relationen zutage gefördert hat, wollen wir im folgenden zunächst die Nachbarschaftsrelationen der zur Differenzmenge der 10 regulären semiotischen Dualsysteme aus der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ möglichen triadisch-trichotomischen Relationen erzeugbaren 17 irregulären semiotischen Relationen betrachten. Wie bekannt, enthalten diese letzteren Relationen sämtliche symmetrischen Typen abgesehen von der dualidentischen Eigenrealitätsklasse (vgl. Toth 2013e).

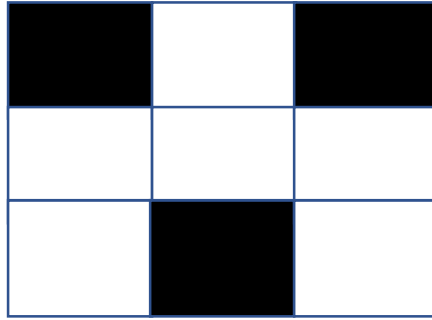
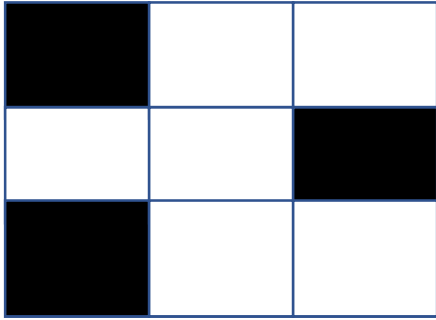
2.1. DS = [(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



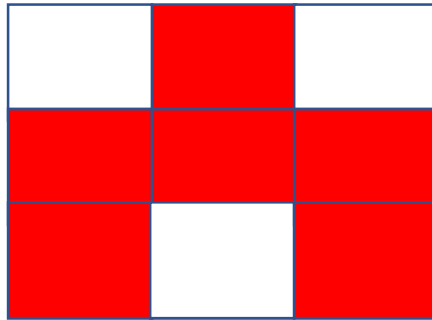
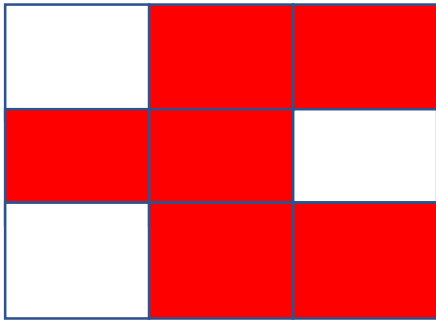
N[(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



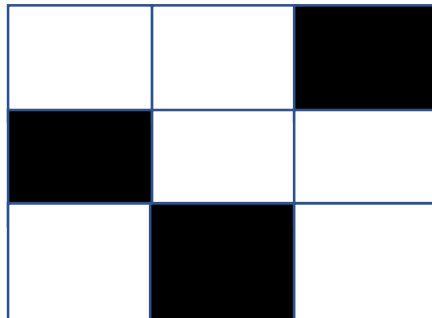
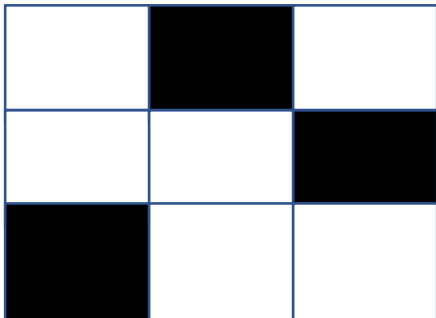
2.2. DS = [(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)]



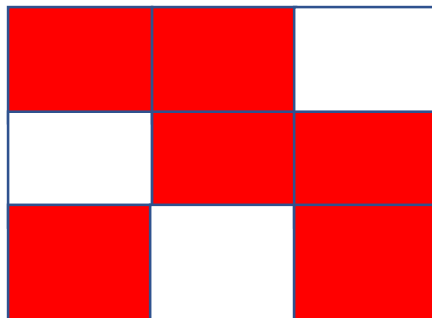
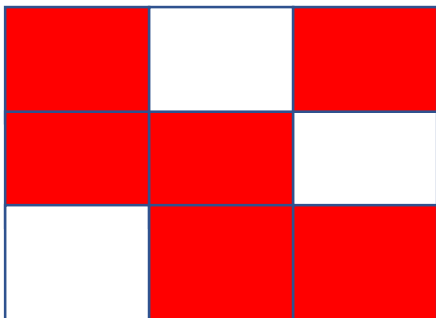
N[(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)]



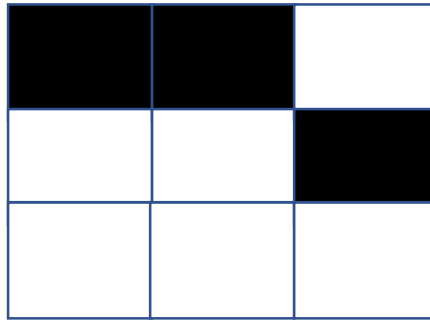
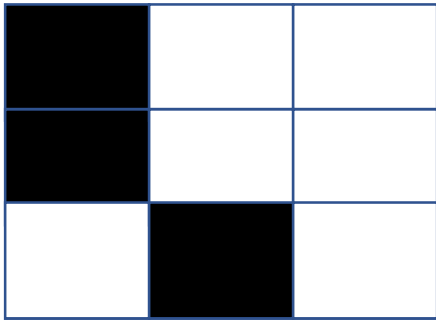
2.3. DS = [(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)]



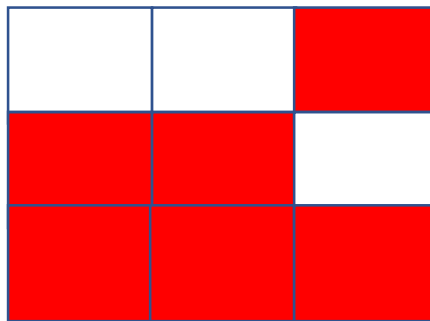
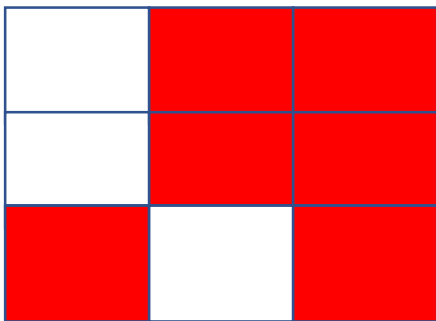
N[(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)]



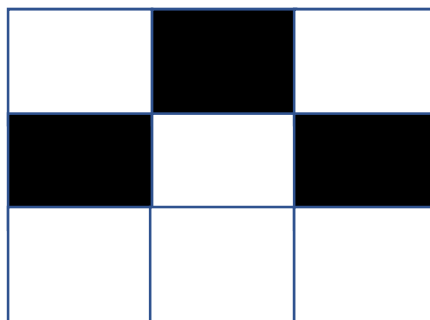
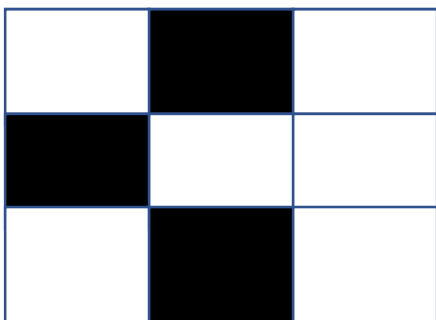
2.4. DS = [(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)]



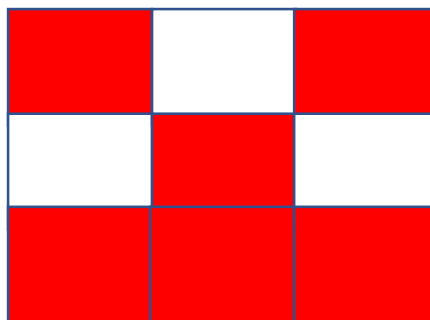
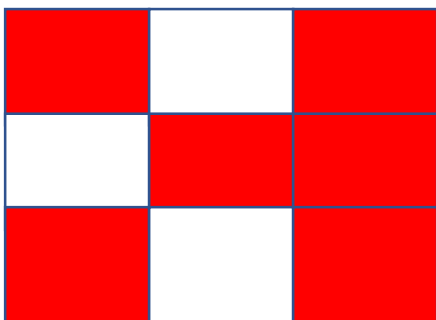
N[(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)]



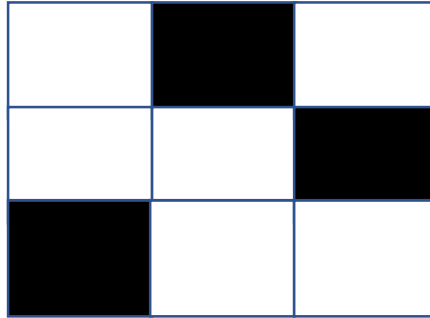
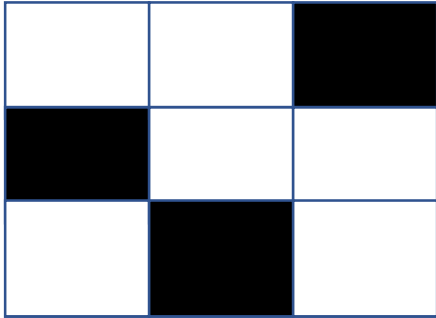
2.5. DS = [(3.2, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 2.3)]



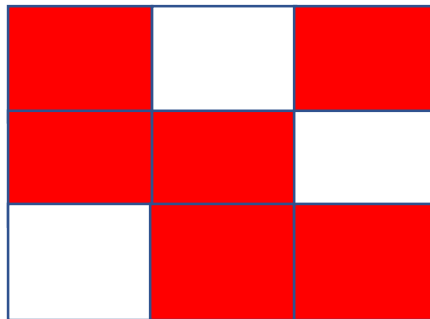
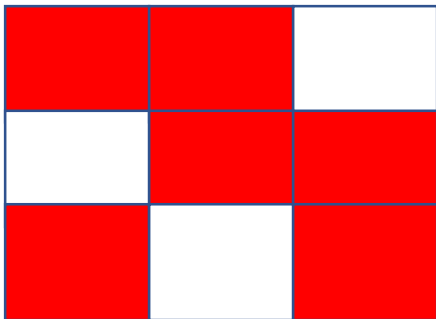
N[(3.2, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 2.3)]



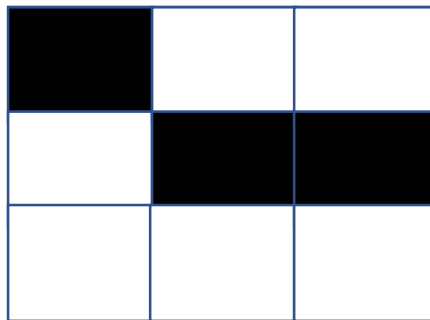
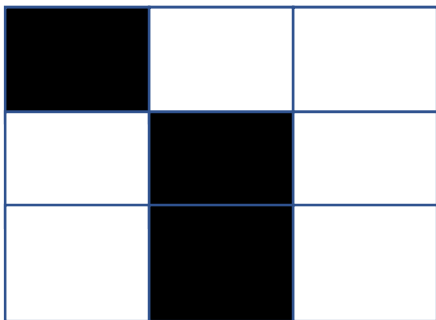
2.6. DS = [(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)]



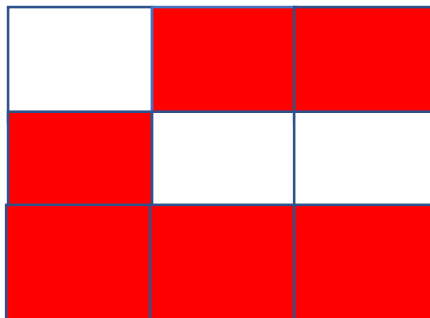
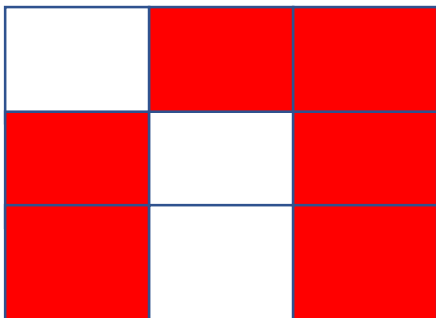
N[(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)]



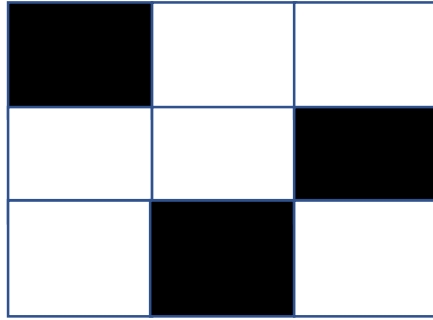
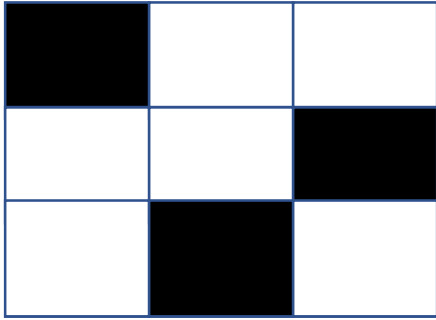
2.7. DS = [(3.2, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 2.3)]



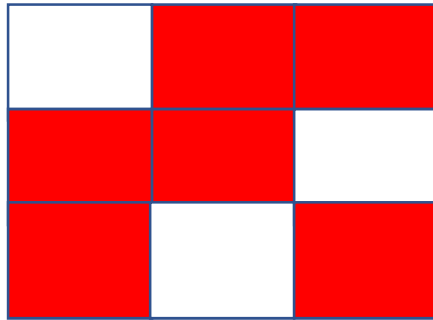
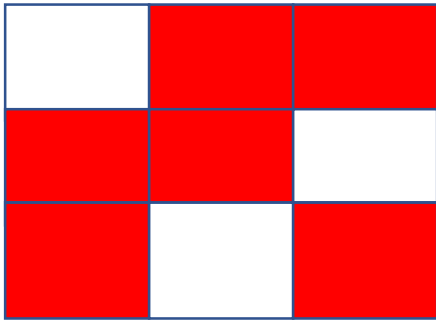
N[(3.2, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 2.3)]



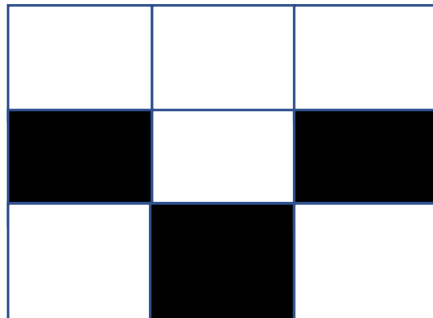
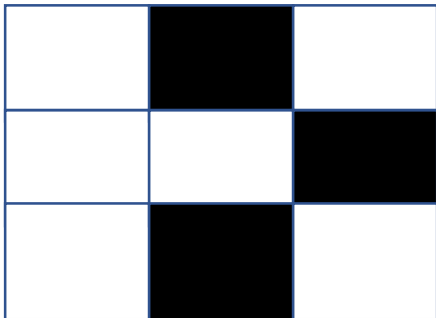
2.8. DS = [(3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)]



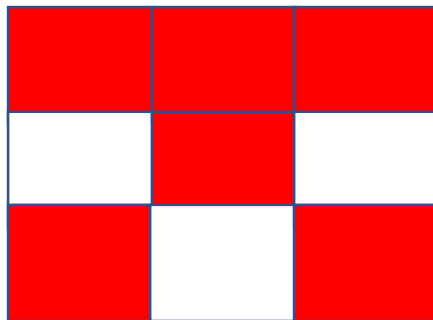
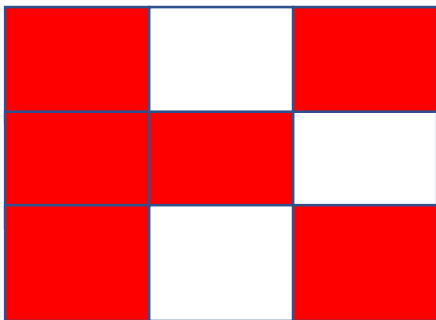
N[(3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)]



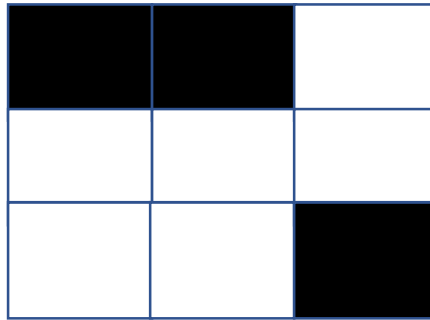
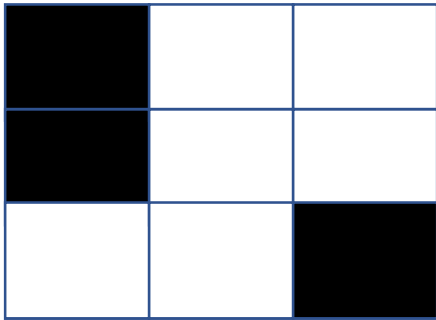
2.9. DS = [(3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)]



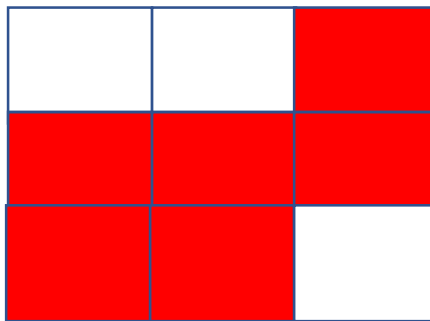
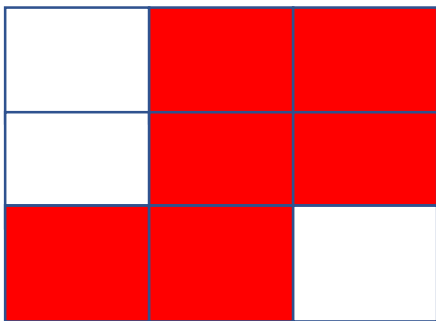
N[(3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)]



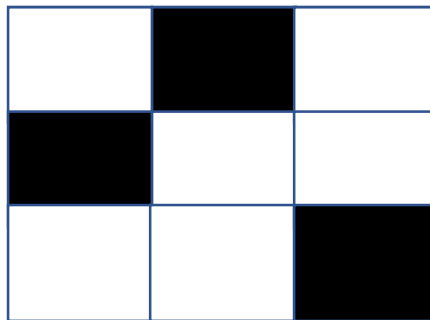
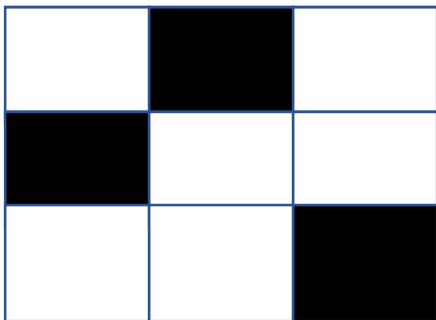
$$2.10. DS = [(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)]$$



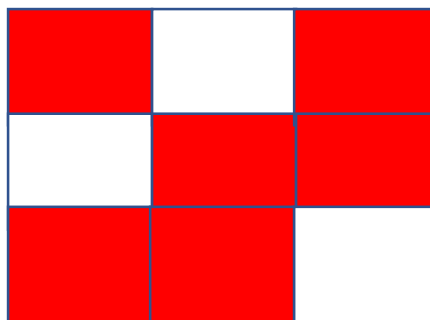
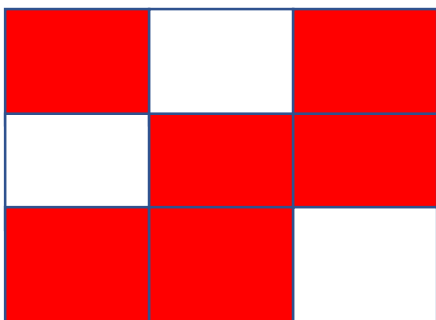
$$N[(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)]$$



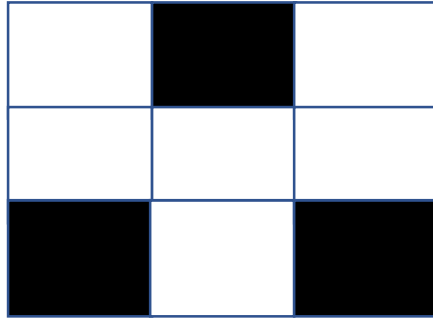
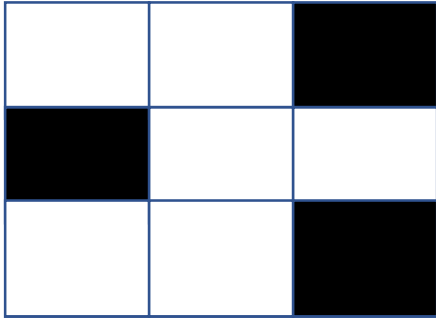
$$2.11. DS = [(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$



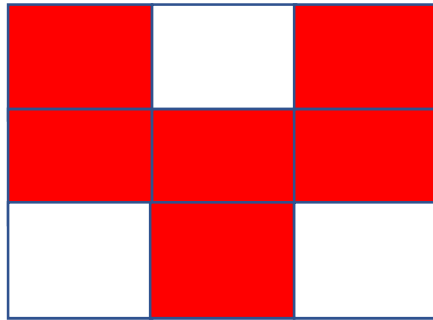
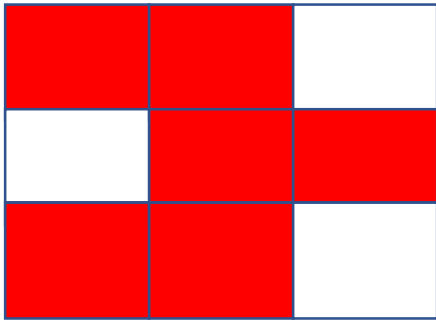
$$N[(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$



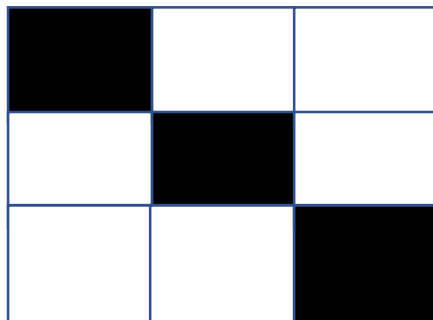
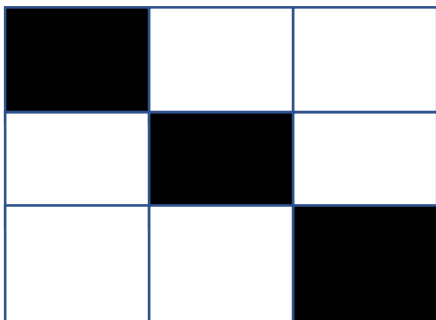
$$2.12. DS = [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)]$$



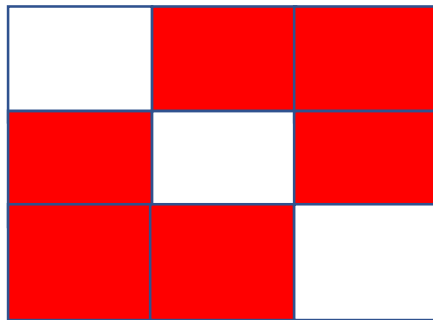
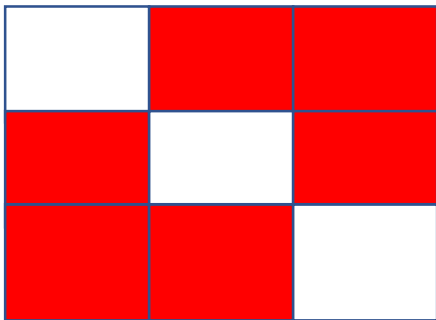
$$N[(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)]$$



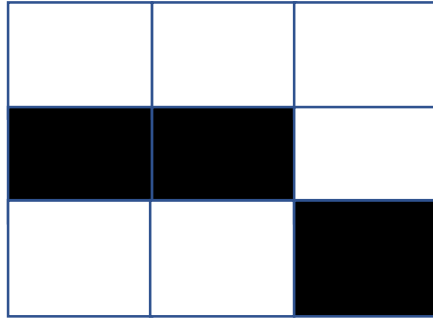
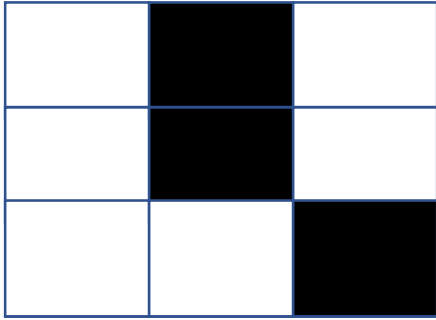
$$2.13. DS = [(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$$



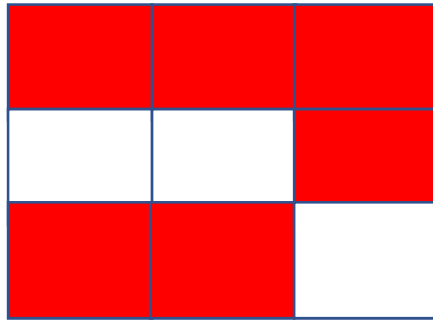
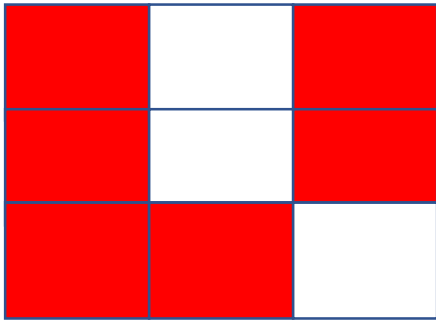
$$N[(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$$



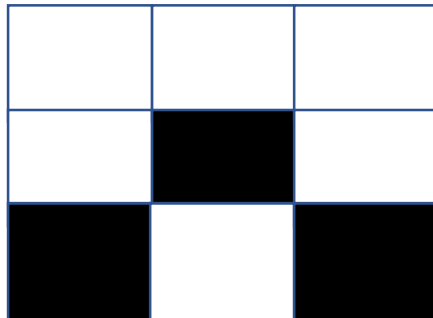
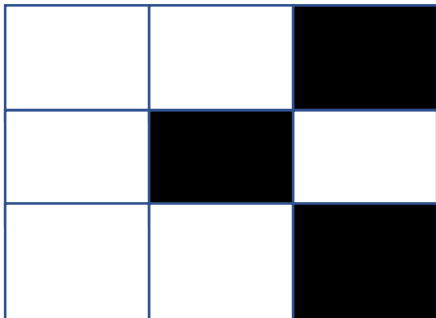
$$2.14. DS = [(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)]$$



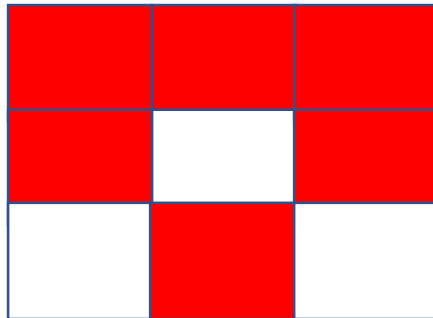
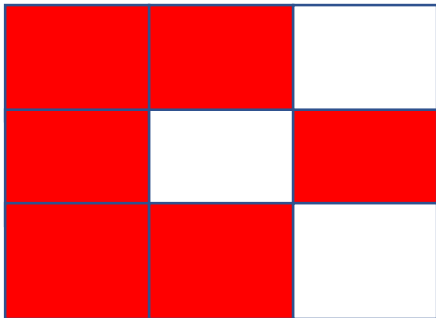
$$N[(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)]$$



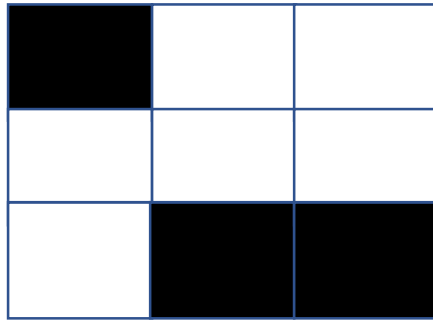
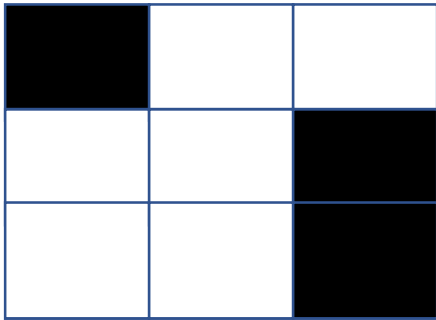
$$2.15. DS = [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$



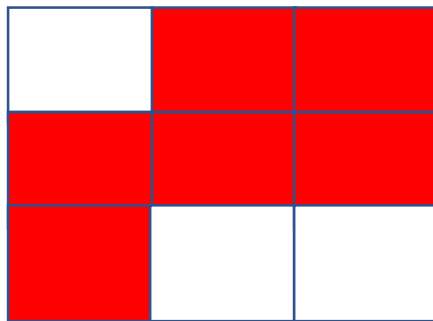
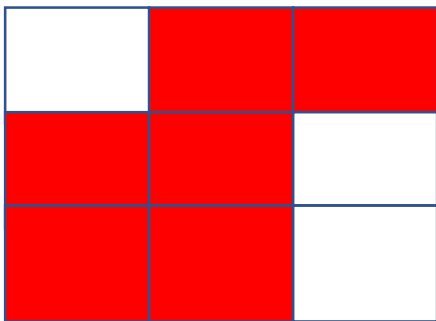
$$N[(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$



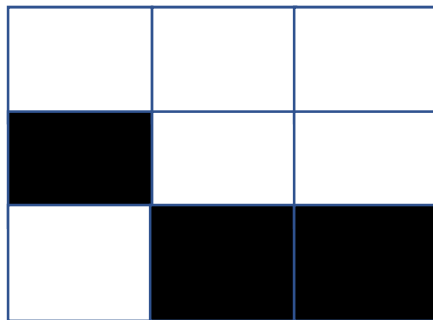
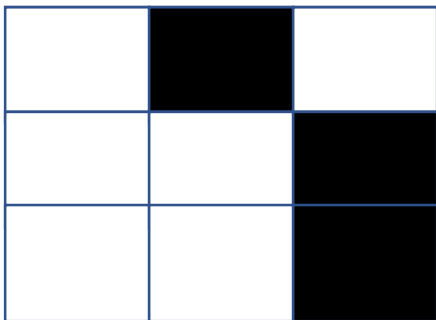
$$2.16. DS = [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)]$$



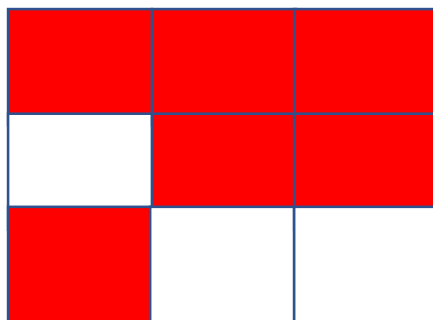
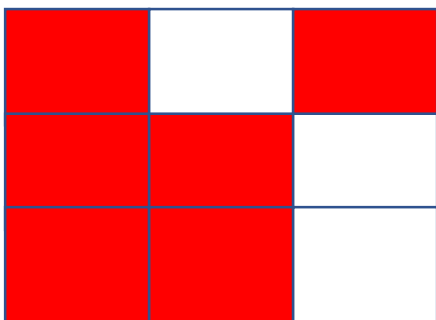
$$N[(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)]$$



$$2.17. DS = [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$



$$N[(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$



Literatur

- Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Rand-Transformationen bei Umgebungs-
klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a
- Toth, Alfred, Semiotische Relationen aus konversen Nachbarschaften. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b
- Toth, Alfred, Semiotische Umgebungsklassen. In: Electronic Journal for Mathe-
matical Semiotics, 2013c
- Toth, Alfred, Nachbarschaften semiotischer Umgebungsklassen. In: Electronic
Journal for Mathematical Semiotics, 2013d
- Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013e

Konverse Vereinigungsrelationen regulärer semiotischer Dualsysteme

1. Im Anschluß an die Untersuchung der entsprechenden irregulären semiotischen Dualsysteme (Toth 2013) untersuchen wir im folgenden die konversen Vereinigungsrelationen der beiden Teilsysteme der 10 regulären Dualsysteme.

$$2.1. DS = (3.1, 2.1, 1.1) \cup (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (2.2, 2.3, 3.2, 3.3)$$

■	■	■
■	□	□
■	□	□

□	□	□
□	■	■
□	■	■

$$2.2. DS = (3.1, 2.1, 1.2) \cup (2.1, 1.2, 1.3)$$

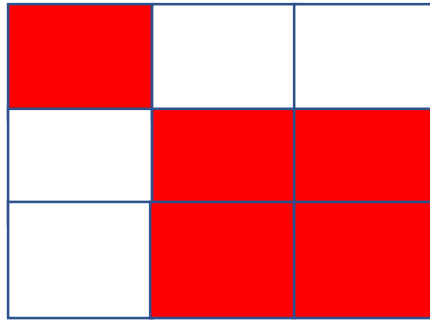
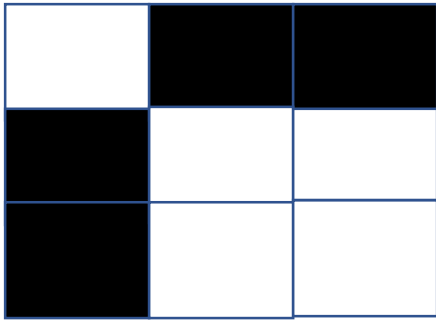
$$DS^{-1} = (1.1, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3)$$

□	■	■
■	□	□
■	□	□

■	□	□
□	■	■
□	■	■

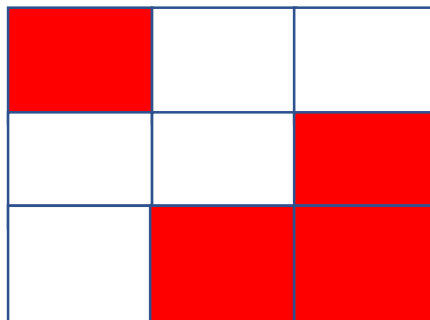
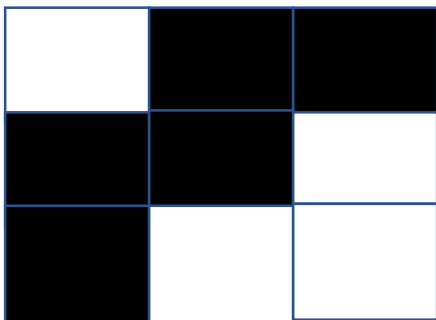
$$2.3. DS = (3.1, 2.1, 1.3) \cup (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 2.2, 2.3, 3.2, 3.3)$$



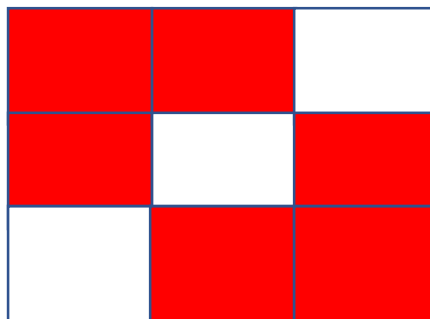
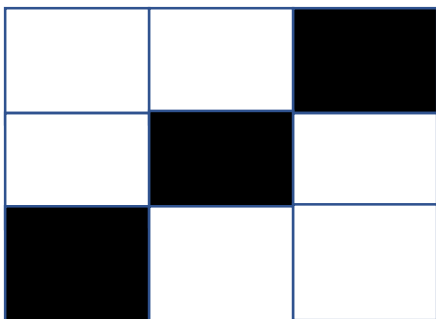
$$2.4. DS = (3.1, 2.2, 1.2) \cup (2.1, 2.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 2.3, 3.2, 3.3)$$



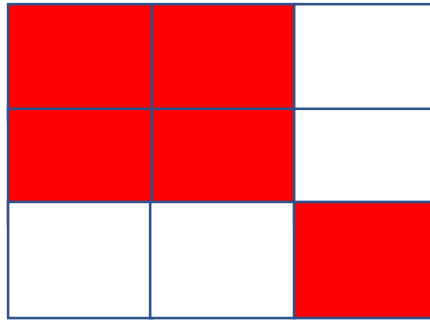
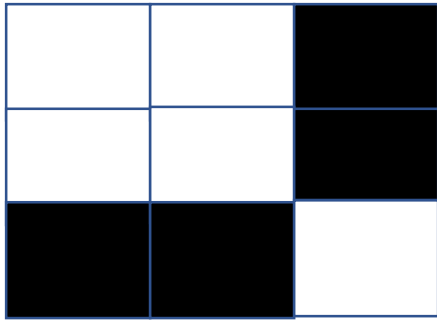
$$2.5. DS = (3.1, 2.2, 1.3) \cup (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.2, 2.1, 2.3, 3.2, 3.3)$$



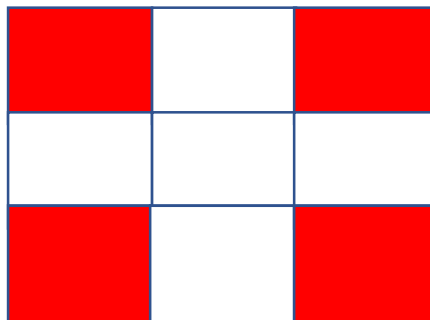
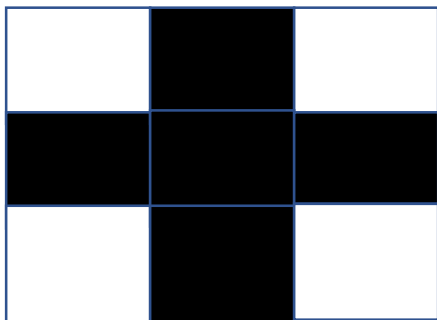
$$2.6. DS = (3.1, 2.3, 1.3) \cup (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.3)$$



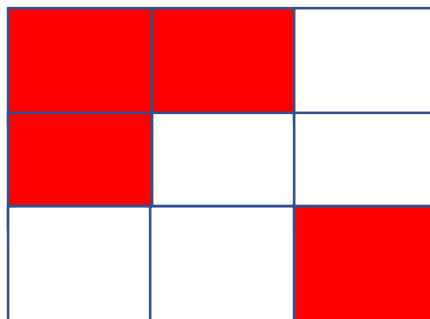
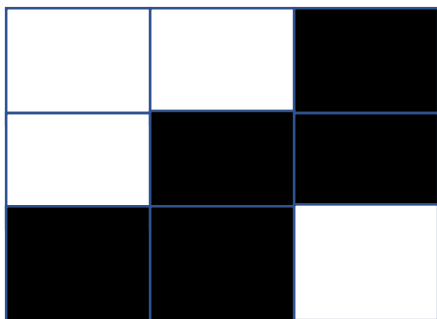
$$2.7. DS = (3.2, 2.2, 1.2) \cup (2.1, 2.2, 2.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.3, 3.1, 3.3)$$



$$2.8. DS = (3.2, 2.2, 1.3) \cup (3.1, 2.2, 2.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.2, 2.1, 3.3)$$



$$2.9. DS = (3.2, 2.3, 1.3) \cup (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.3)$$

$$2.10. DS = (3.3, 2.3, 1.3) \cup (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2)$$

Literatur

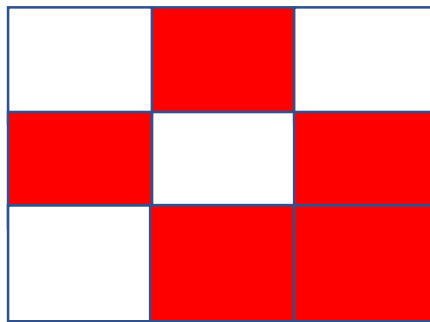
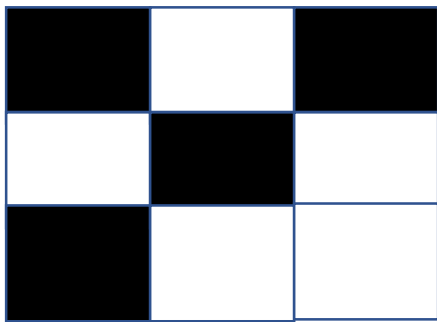
Toth, Alfred, Konverse Vereinigungsrelationen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Konverse Vereinigungsrelationen irregulärer semiotischer Dualsysteme

1. Im Anschluß an die Untersuchung der Nachbarschaftsrelationen irregulärer semiotischer Dualsysteme (Toth 2013) untersuchen wir im folgenden die Nachbarschaftsrelationen der Vereinigungsrelationen der beiden Teilsysteme der 17 irregulären Dualsysteme.

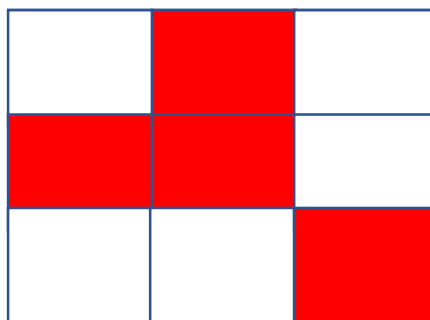
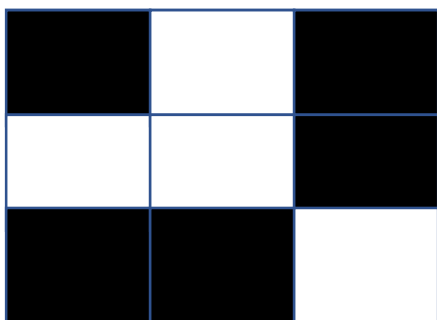
$$2.1. DS = (3.1, 2.2, 1.1) \cup (1.1, 2.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (1.2, 2.1, 2.3, 3.2, 3.3)$$



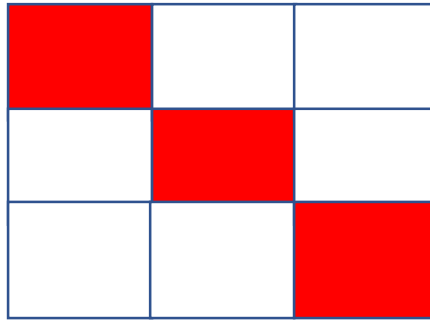
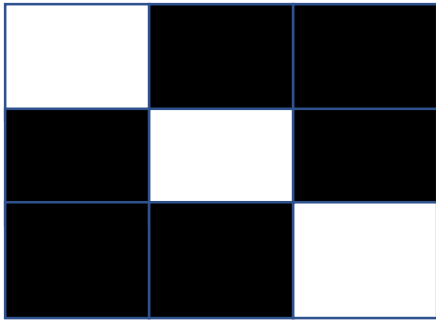
$$2.2. DS = (3.1, 2.3, 1.1) \cup (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$DS^{-1} = (1.2, 2.1, 2.2, 3.3)$$



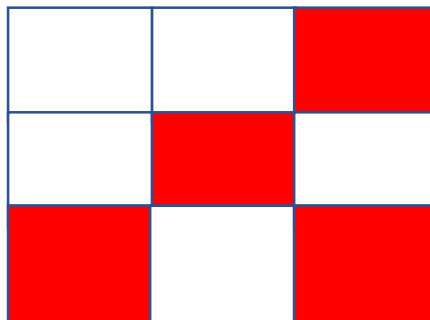
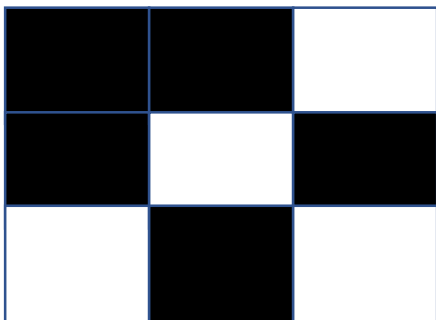
2.3. $DS = (3.1, 2.3, 1.2) \cup (2.1, 3.2, 1.3)$

$DS^{-1} = (1.1, 2.2, 3.3)$ (Kategorienrelation!)



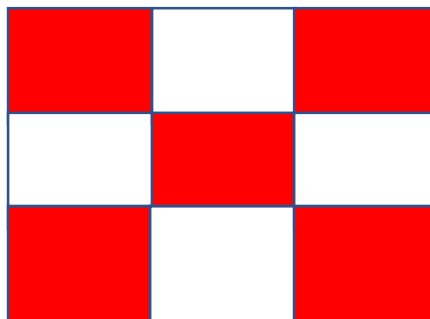
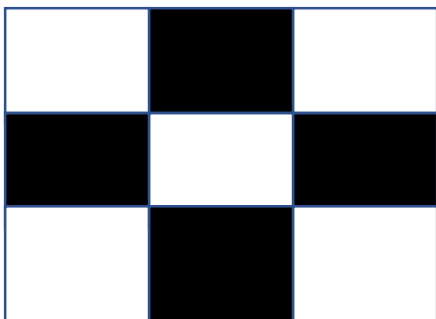
2.4. $DS = (3.2, 2.1, 1.1) \cup (1.1, 1.2, 2.3)$

$DS^{-1} = (1.3, 2.2, 3.1, 3.3)$



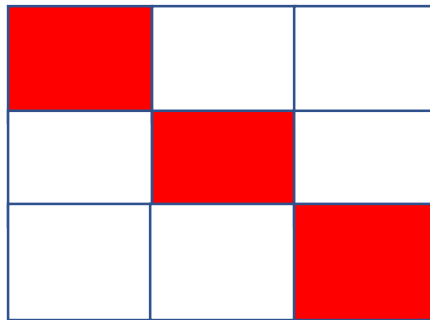
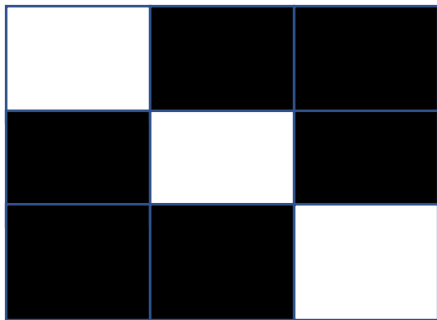
2.5. $DS = (3.2, 2.1, 1.2) \cup (2.1, 1.2, 2.3)$

$DS^{-1} = (1.1, 1.3, 2.2, 3.1, 3.3)$



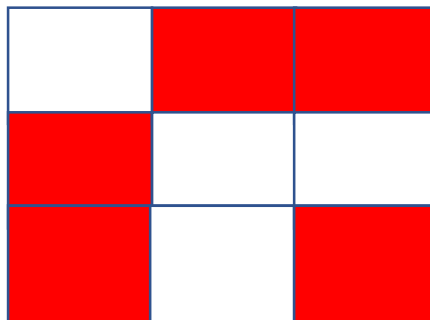
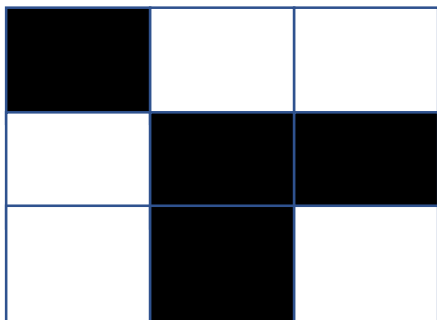
2.6. $DS = (3.2, 2.1, 1.3) \cup (3.1, 1.2, 2.3)$

$DS^{-1} = (1.1, 2.2, 3.3)$ (Kategorienrelation!)



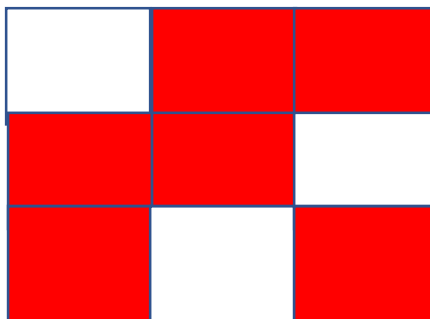
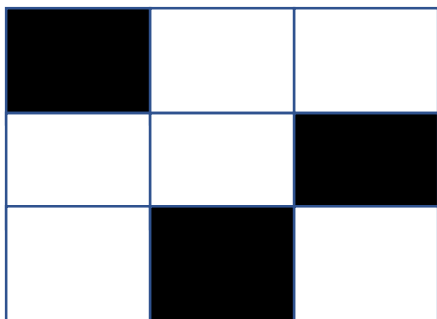
2.7. $DS = (3.2, 2.2, 1.1) \cup (1.1, 2.2, 2.3)$

$DS^{-1} = (1.2, 1.3, 2.1, 3.1, 3.3)$



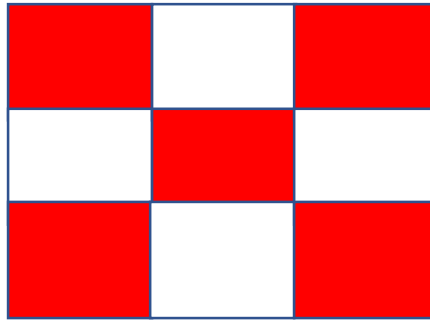
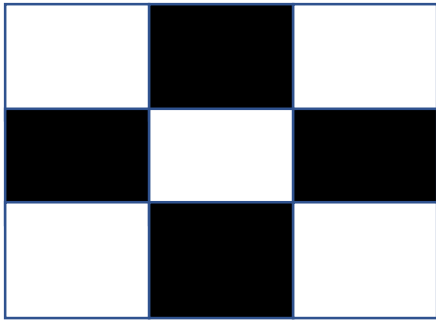
2.8. $DS = (3.2, 2.3, 1.1) \cup (1.1, 3.2, 2.3)$

$DS^{-1} = (1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 3.1, 3.3)$



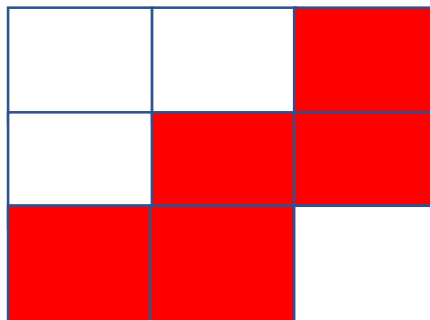
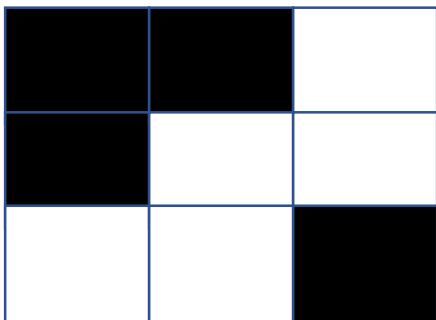
$$2.9. DS = (3.2, 2.3, 1.2) \cup (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.3, 2.2, 3.1, 3.3)$$



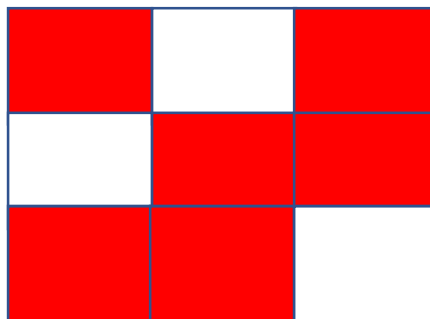
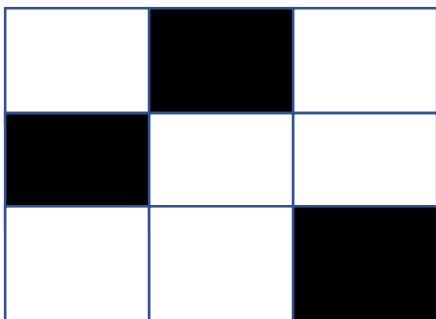
$$2.10. DS = (3.3, 2.1, 1.1) \cup (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.3, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2)$$



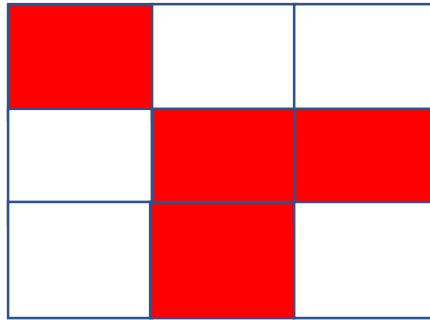
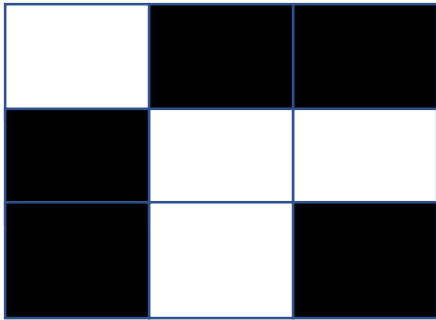
$$2.11. DS = (3.3, 2.1, 1.2) \cup (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.3, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2)$$



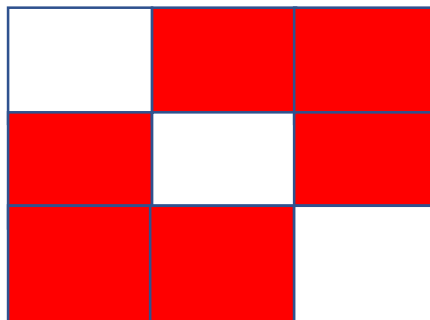
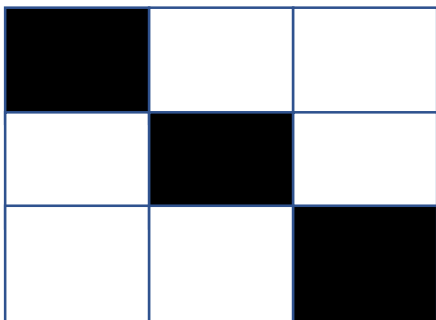
$$2.12. DS = (3.3, 2.1, 1.3) \cup (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 2.2, 2.3, 3.2)$$



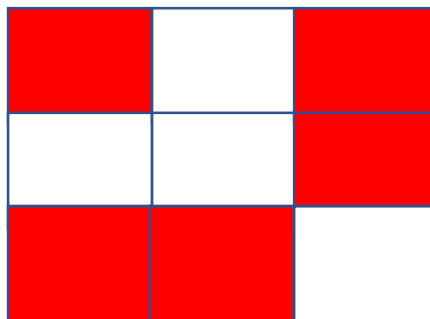
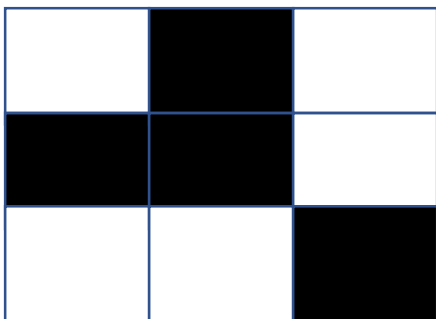
$$2.13. DS = (3.3, 2.2, 1.1) \cup (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2)$$



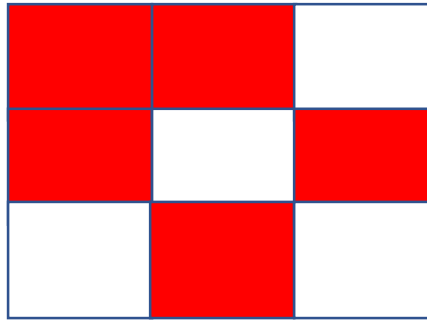
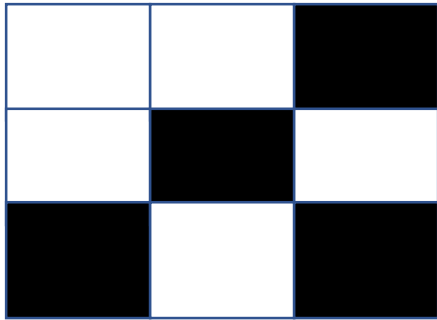
$$2.14. DS = (3.3, 2.2, 1.2) \cup (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.3, 2.3, 3.1, 3.2)$$



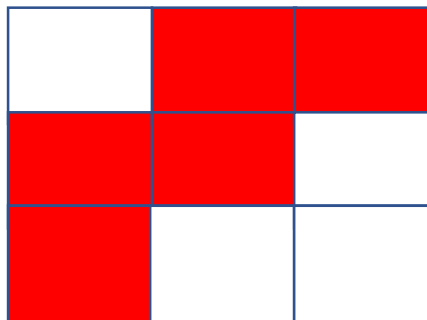
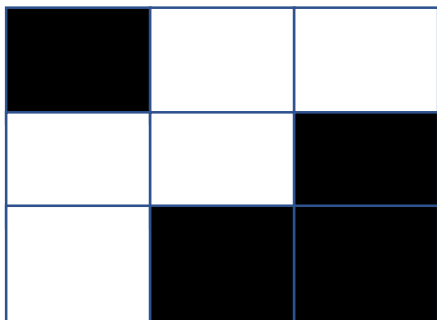
$$2.15. DS = (3.3, 2.2, 1.3) \cup (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.2, 2.1, 2.3, 3.2)$$



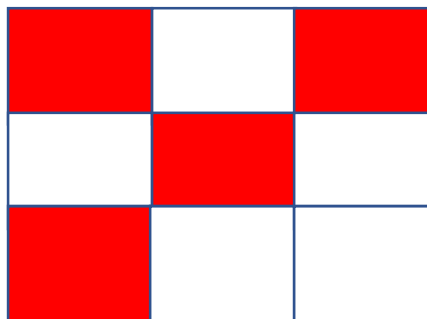
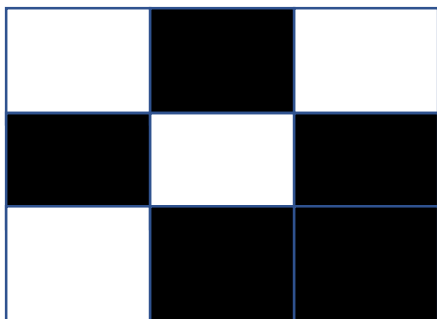
$$2.16. DS = (3.3, 2.3, 1.1) \cup (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 3.1)$$



$$2.17. DS = (3.3, 2.3, 1.2) \cup (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$DS^{-1} = (1.1, 1.3, 2.2, 3.1)$$



Literatur

Toth, Alfred, Nachbarschaftsrelationen irregulärer semiotischer Dualsysteme.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Homonyme und nicht-homonyme Grenzränder semiotischer Dualsysteme

1. Vgl. zu den Voraussetzungen Toth (2013a-c).

2. Reguläre semiotische Dualsysteme

2.1. (3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 1.3) = (2.1, 3.1).$$

2.2. (3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

2.3. (3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 1.3) = (3.1).$$

$$2.4. (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

$$2.5. (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 1.3) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.6. (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset.$$

$$2.7. (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 1.3) = (2.3).$$

$$2.8. (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

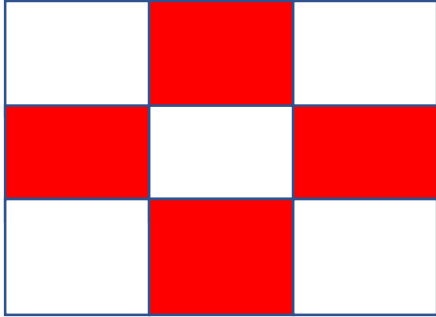
Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$



2.9. $(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 2.3) = (1.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

2.10. $(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$

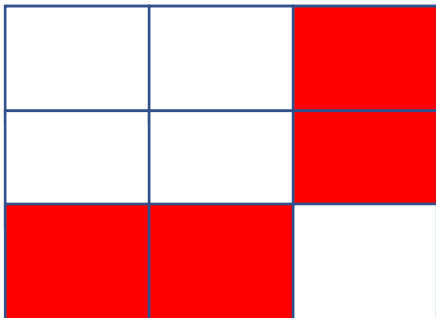
Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 3.2, 3.3) = (1.3, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.3), (3.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$



3. Irreguläre semiotische Dualsysteme

3.1. $(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 1.3) = (3.1).$$

$$3.2. (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.3) = (3.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 3.3) = (1.3)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.3), (3.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.3. (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.1) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.1, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

3.4. $(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$

Grenzränder:

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.2) = (1.3, 3.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 1.3) = (1.2)$$

$$G((3.1, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 1.3) = (2.3, 3.1).$$

3.5. $(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$

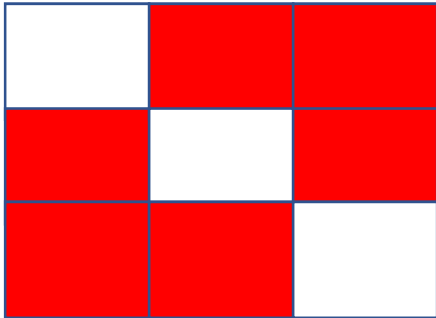
Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.3) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 2.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$



3.6. $(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 2.3) = (3.2, 2.1).$$

3.7. $(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$

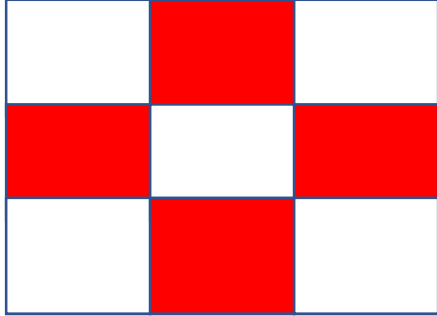
Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.2) = (2.1, 3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 3.3) = (1.2, 2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$



$$3.8. (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.1, 1.2) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.9. (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.1) = (2.3)$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 2.3) = (3.2).$$

$$3.10. (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.1) = (3.2)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 3.3) = (2.3)$$

$$G((3.3, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 3.3) = \emptyset.$$

3.11. $(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.1), (1.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

3.12. $(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$

Grenzünder:

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 3.2, 2.3) = (1.2)$$

$$G((3.2, 2.3, 1.2), (2.1, 3.2, 2.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 3.2, 2.3) = \emptyset.$$

3.13. $(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$

Grenzünder:

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.1) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.1), (1.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 1.2, 3.3) = (2.1).$$

$$3.14. (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

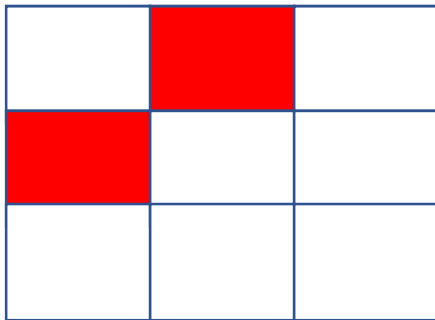
Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.2) = (2.1)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 2.2, 3.3) = (1.2)$$

$$G((3.3, 2.2, 1.2), (2.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$



$$3.15. (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.2) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.2), (2.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(2.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.16. (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.2, 1.1), (1.1, 2.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(1.1, 2.2, 3.3) = \emptyset.$$

$$3.17. (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

Grenzränder:

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.1, 1.3) = (1.2, 3.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.1, 1.3) = \emptyset$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 1.2, 3.3) = (1.3, 2.1)$$

$$G((3.3, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 3.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 1.2, 3.3) = \emptyset.$$

Über die in den Kapp. 2. und 3. separat ausgewiesenen Homonymien für die regulären und die irregulären semiotischen Dualsysteme gibt es noch bedeutendere Homonymien zwischen beiden Partitionen semiotischer Dualsysteme:

(2.1), (2.2) | (3.17).

(2.4) | (3.2).

(2.6), (2.7) | (3.10).

(2.8) | (3.7).

(2.9), (2.10) | (3.3).

Literatur

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Ränder und Grenzen irregulärer semiotischer Dualsysteme. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Prof. Dr. Alfred Toth

Ränder erweiterter semiotischer Haupt-Dualsysteme

1. Im folgenden werden im Anschluß an die Vorgängerarbeit (Toth 2013) die Ränder erweiterter semiotischer Haupt-Dualsysteme bestimmt. Da die Kenntnis der großen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 105) auch in der Semiotik nicht gerade groß ist, seien deshalb vorab im Kürze die wichtigsten theoretischen Voraussetzungen aus Toth (2013) resümiert. Gegeben sei

$$DS = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)), ((i.j), (k.l))) \\ \times(((l.k), (j.i)), ((h.g), (f.e)), ((d.c), (b.a)))$$

als allgemeine Form erweiterter Dualsysteme über der großen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 105).

$((a.b), (c.d))$ mit $a < d$ und $d \geq c$. Ferner sei

$((a.b), (c.d))$ mit $a = c$ und $b < = > d$

als semiosische Ordnung für Paare von Subrelationen gegeben. Dies bedeutet, wie ebenfalls in Toth (2013) ausgeführt, eine Übertragung der trichotomischen Ordnung der Subrelationen der kleinen Matrix auf diejenige der Paare von Subrelationen der großen Matrix. Damit läßt sich DS in ein thematisiertes und ein thematisierendes Subsystem aufspalten

$$DS_{tt} = ((a.b), (e.f), (i.j)) \times ((j.i), (f.e), (b.a))$$

$$DS_{tn} = ((c.d), (g.h), (k.l)) \times ((l.k), (h.g), (d.c))$$

Wird DS in der Form

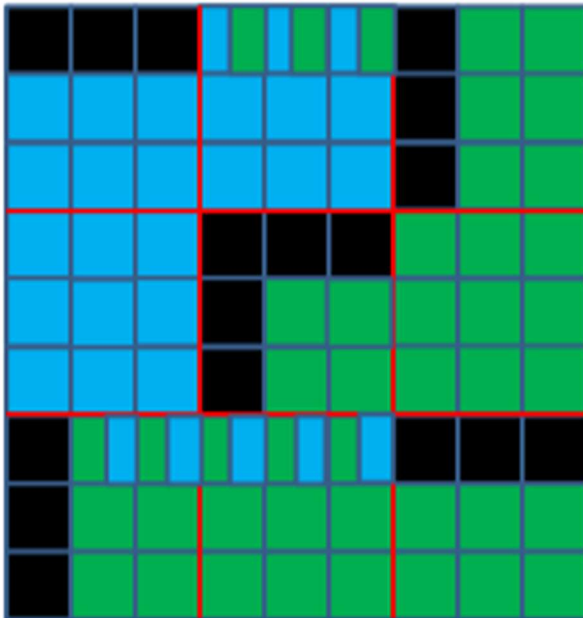
$$DS = ((a \leftarrow b), (c \leftarrow d), (e \leftarrow f))$$

notiert, dann gilt somit

$$(b, d, f) \subset (a, c, e).$$

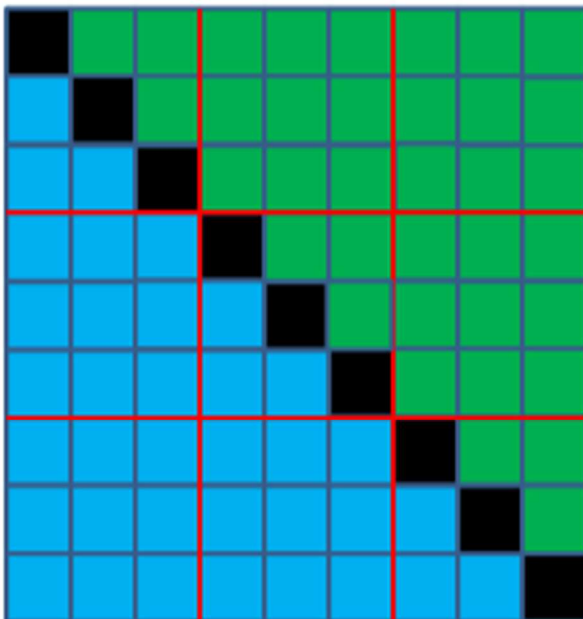
Im folgenden werden linke (involutive) Ränder blau, rechte (suppletive) Ränder grün markiert.

2.1. Ränder der erweiterten Haupt-Dualsysteme



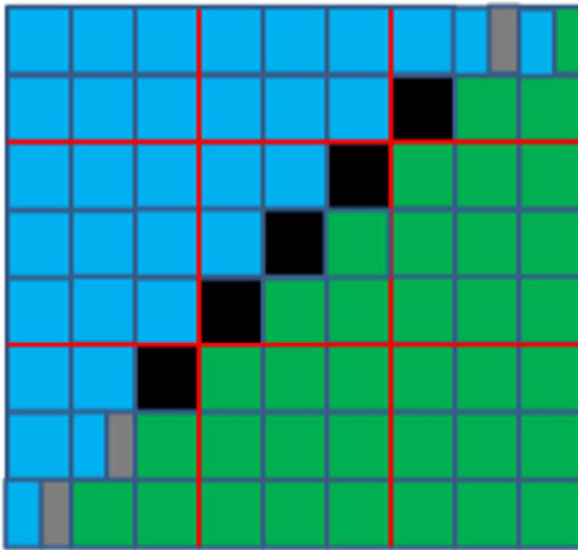
Wie man erkennt, weisen nur die erstheitlichen und die drittheitlichen thematisierten Subrelationen Rand-Doppelbelegungen auf.

2.2. Ränder der erweiterten Kategorienrealitätsklasse



2.3. Ränder der erweiterten Eigenrealitätsklasse

Während die Ränder der Kategorienrealität diskret sind, zeigen diejenigen der Eigenrealität eigentümliche Doppelbelegungen an denjenigen Teilen der involvativen Ränder, welche die bereits in Toth (2013) festgestellten semiotischen Rahmen bilden.



und dieser Rahmen, d.h. die Teilmenge der Subrelationen $S = ((3.3, 1.1), (3.2, 1.2), ER, (1.2, 3.2), (1.1, 3.3))$, besteht aus Subrelationen, die selbst Subrelationen der erweiterten Kategorienklasse sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Matrixstrukturen der erweiterten Hauptzeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Strukturen regulärer und irregulärer Dualsysteme über der kleinen semiotischen Matrix

1. Bekanntlich sind von den über der Form des triadisch-trichotomischen Zeichens

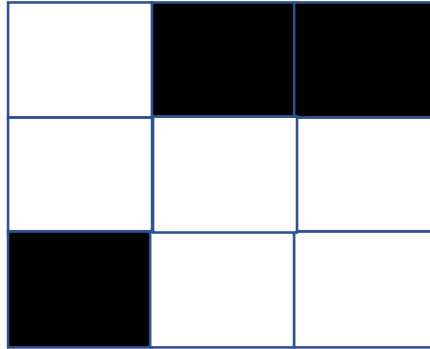
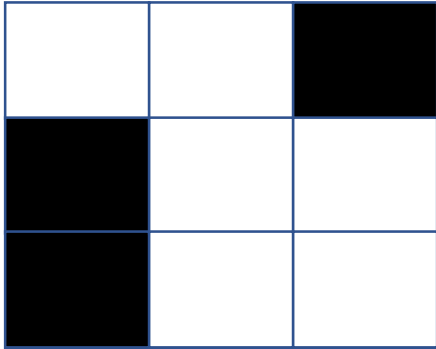
$$ZR = (3.a, 2.b, 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\} \text{ und } a \leq b \leq c$$

möglichen $3^3 = 27$ semiotischen Dualsystemen nur 10 Dualsysteme regulär, da die Elemente der Differenzmenge der semiotisch-inklusiven Ordnung widersprechen (vgl. Walther 1979, S. 97 ff.). Als Vorbereitung auf unsere nachfolgende Untersuchung der Matrixstrukturen von erweiterten Dualsystemen über der großen semiotischen Matrix werden hier erstmals die Strukturen sowohl der regulären als auch der irregulären Dualsysteme über der kleinen Matrix präsentiert. Die irregulären Dualsysteme werden durch Asterisk markiert.

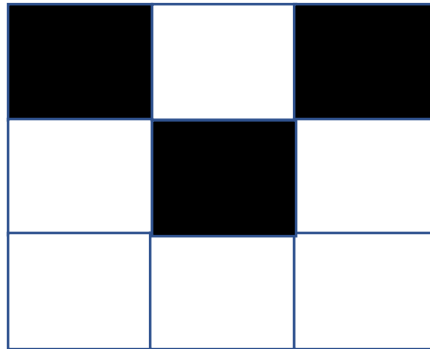
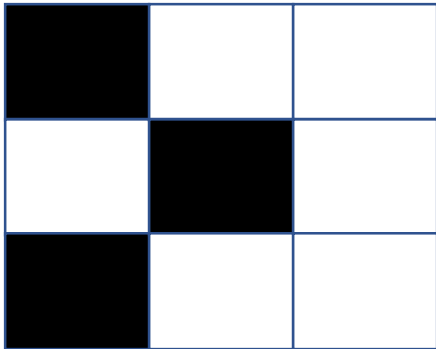
$$2.1. DS = [(3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)]$$

$$2.2. DS = [(3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)]$$

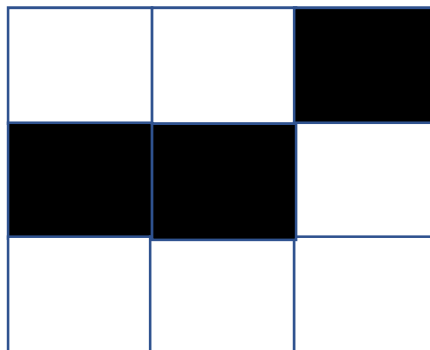
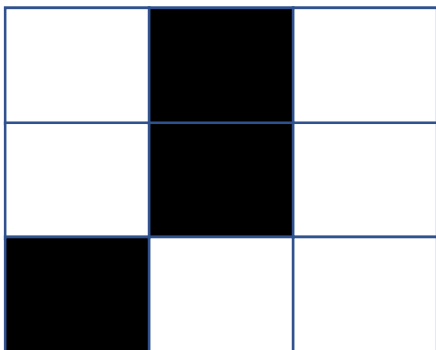
$$2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)]$$



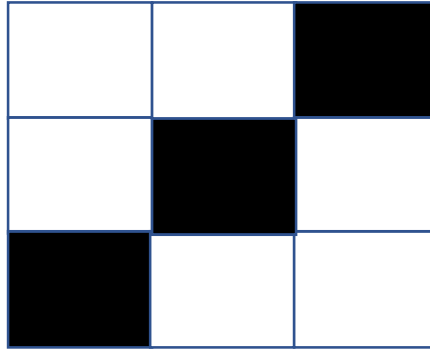
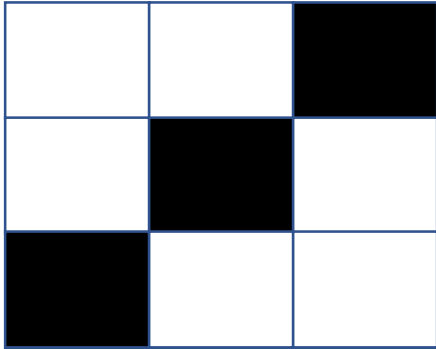
$$2.4. *DS = [(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)]$$



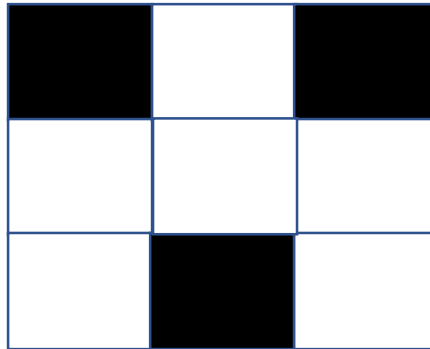
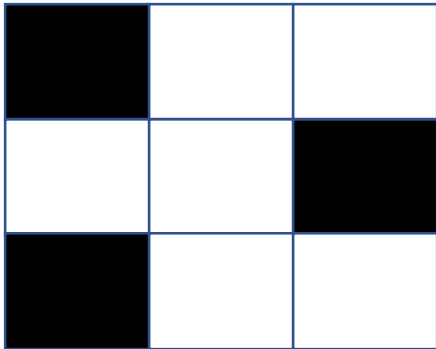
$$2.5. DS = [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)]$$



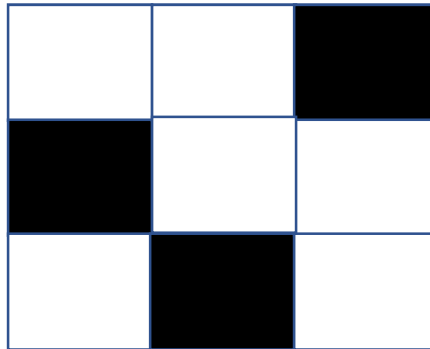
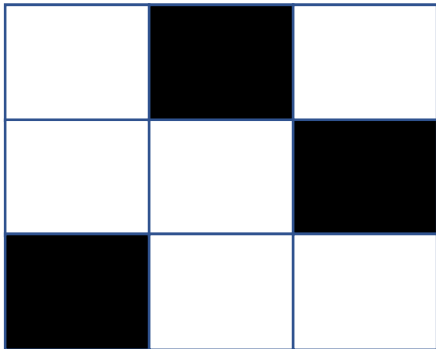
$$2.6. DS = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$



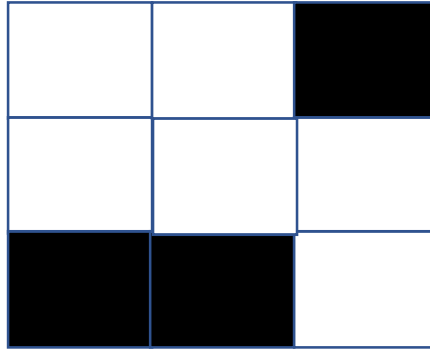
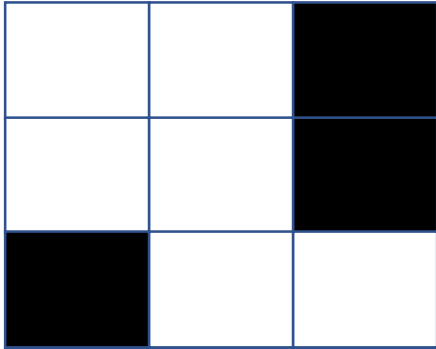
$$2.7. *DS = [(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)]$$



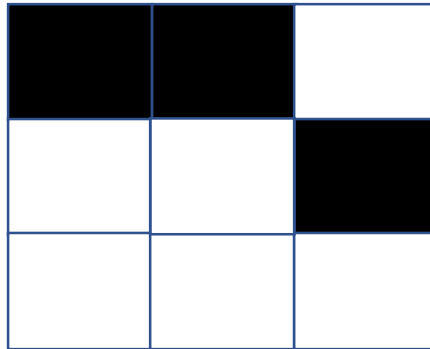
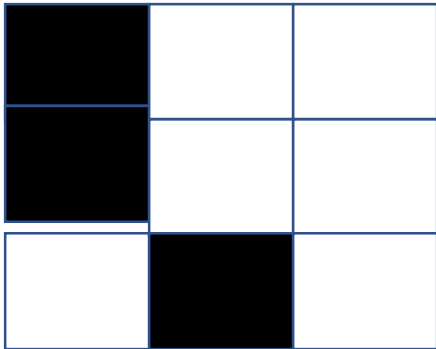
$$2.8. *DS = [(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)]$$



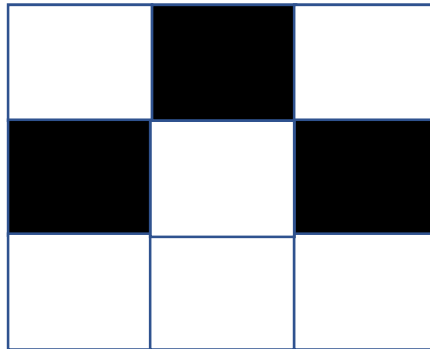
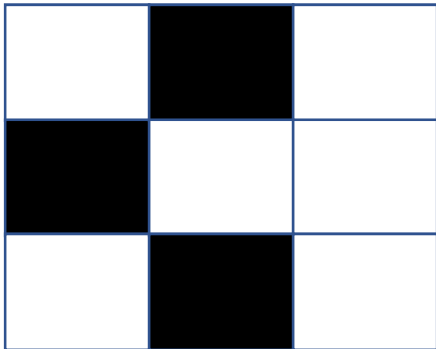
$$2.9. DS = [(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)]$$



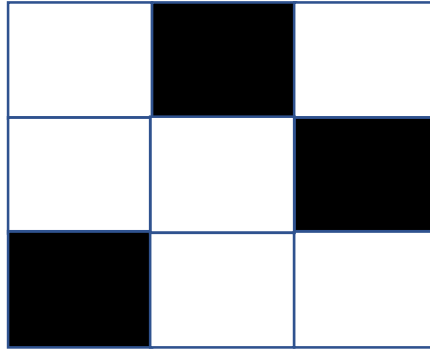
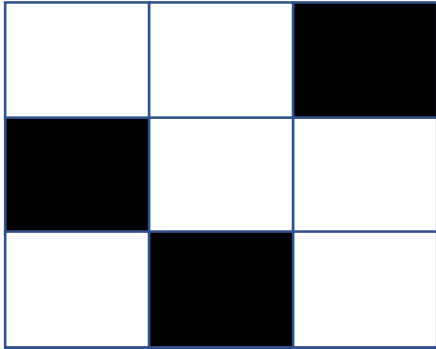
$$2.10. *DS = [(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)]$$



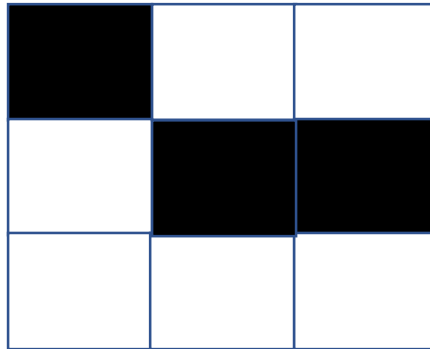
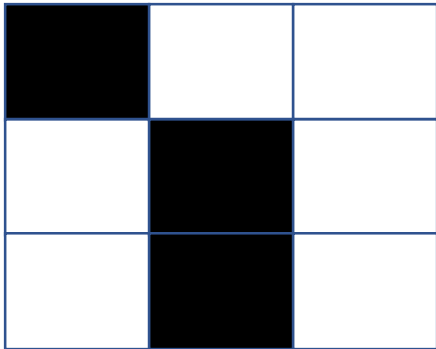
$$2.11. *DS = [(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)]$$



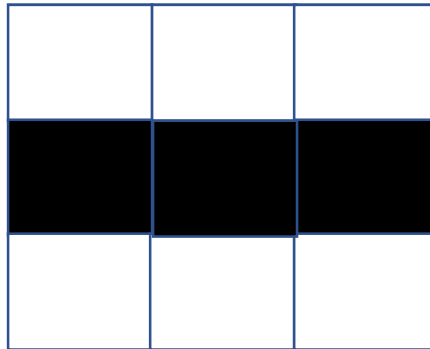
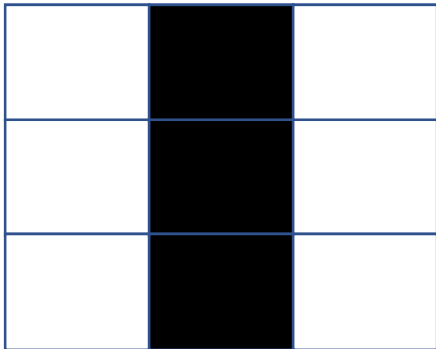
$$2.12. *DS = [(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)]$$



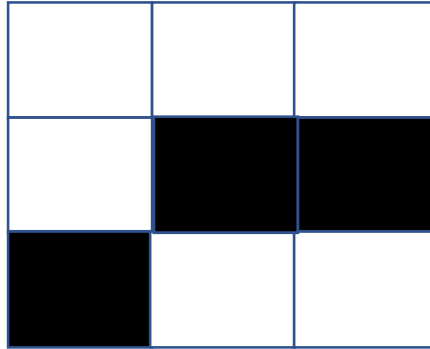
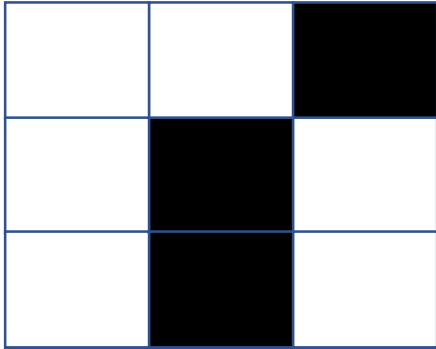
$$2.13. *DS = [(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)]$$



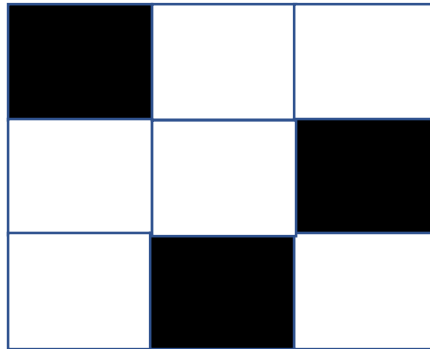
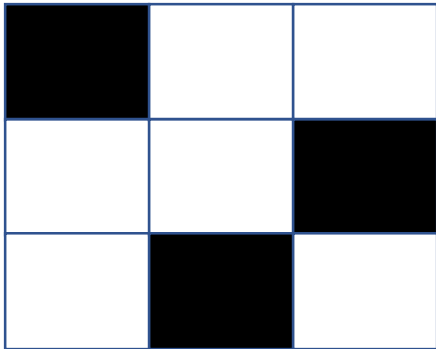
$$2.14. DS = [(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)]$$



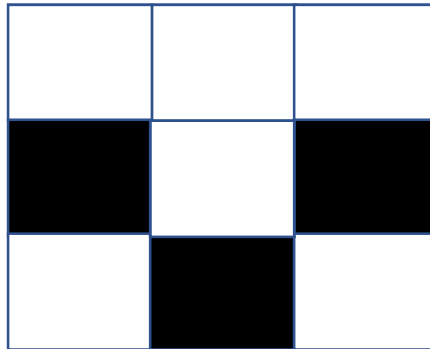
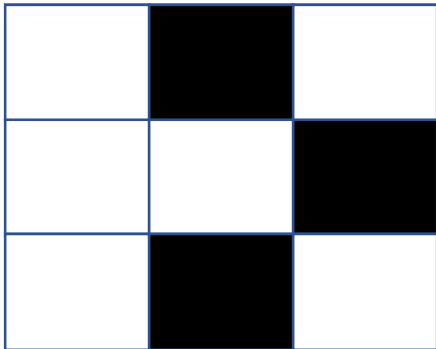
$$2.15. DS = [(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)]$$



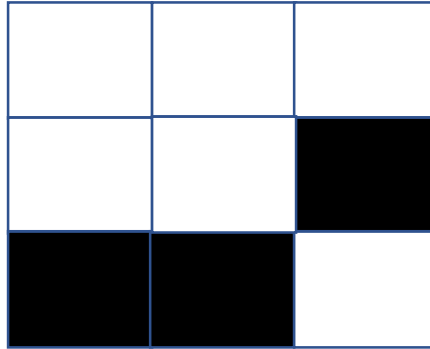
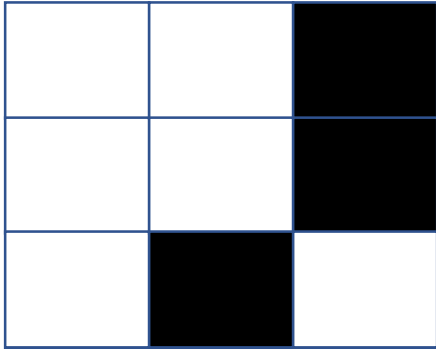
$$2.16. *DS = [(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)]$$



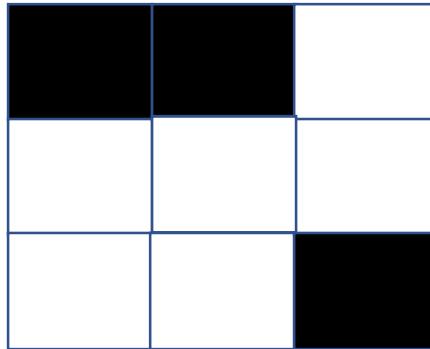
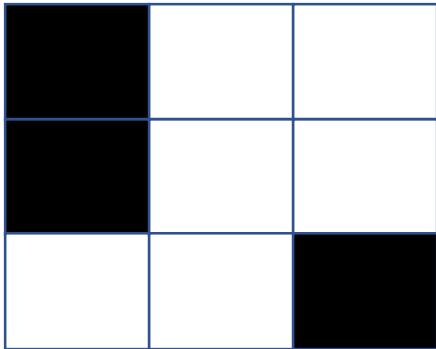
$$2.17. *DS = [(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)]$$



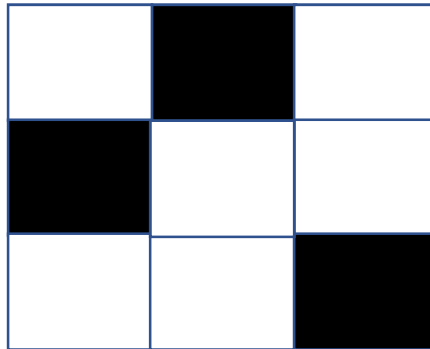
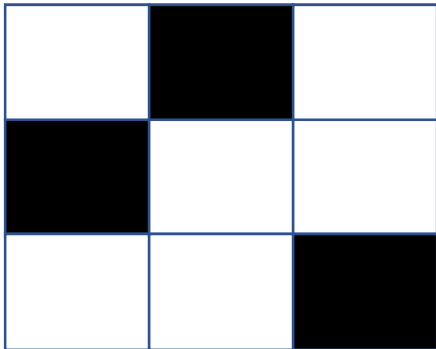
$$2.18. DS = [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)]$$



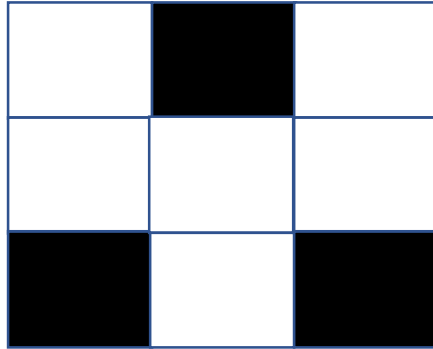
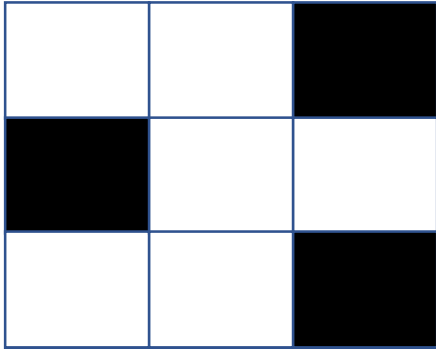
$$2.19. *DS = [(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)]$$



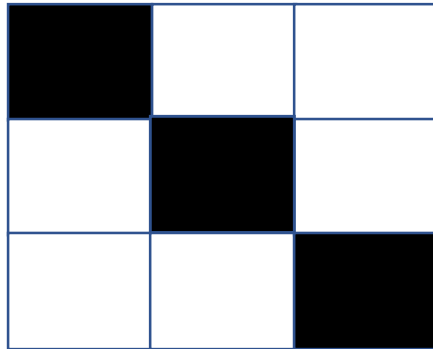
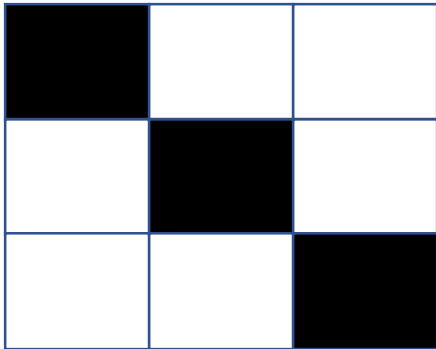
$$2.20. *DS = [(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)]$$



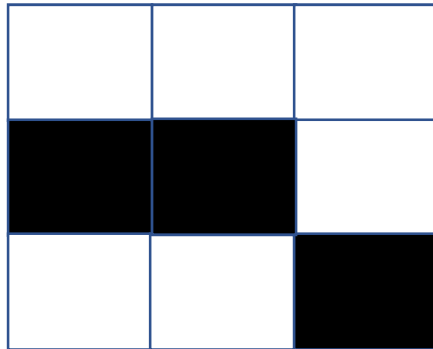
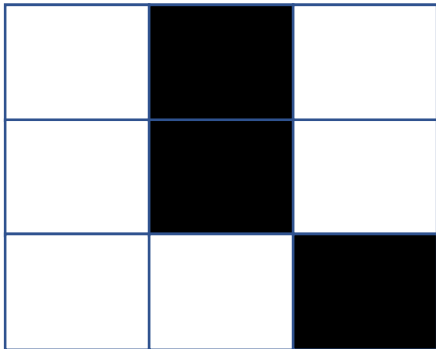
$$2.21. *DS = [(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)]$$



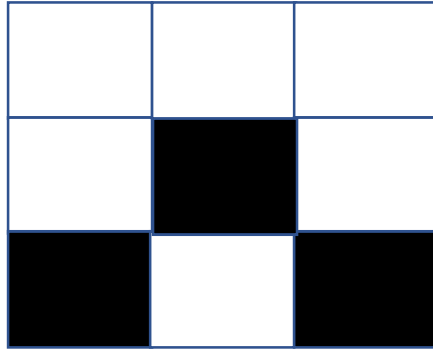
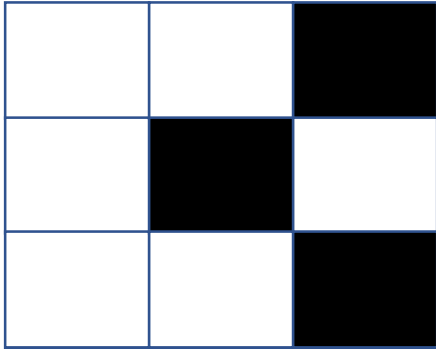
$$2.22. *DS = [(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)]$$



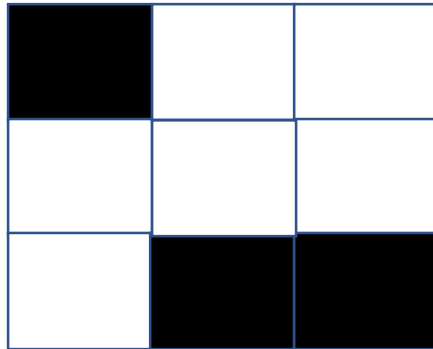
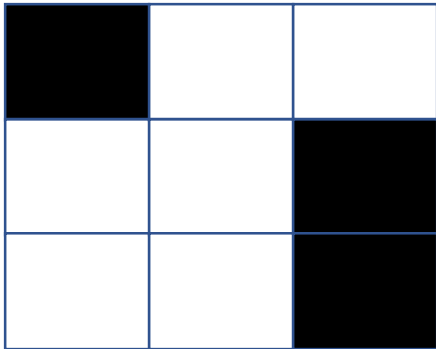
$$2.23. *DS = [(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)]$$



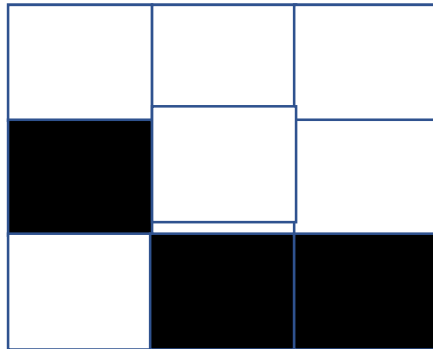
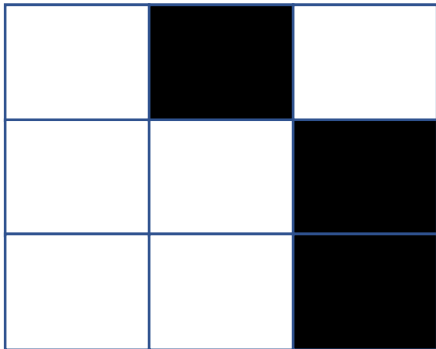
$$2.24. *DS = [(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)]$$



$$2.25. *DS = [(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)]$$



$$2.26. *DS = [(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)]$$



$$2.27. DS = [(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)]$$

Von besonderem Interesse sind natürlich die selbstdualen Matrizen der Nrn. 6, *16, *20 und *22.

Literatur

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zur Bildung von Dualsystemen über der großen semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1975, S. 105) eingeführte große semiotische Matrix besteht nicht wie die entsprechende kleine Matrix aus dyadischen Subrelationen in der Form kartesischer Produkte von Primzeichen, sondern aus solchen von wiederum dyadischen Subzeichen, d.h. die Matrixeinträge haben die Form $(a.b) \times (c.d) = ((a.b), (c.d))$.

Es gibt somit $9 \text{ mal } 9 = 81$ dyadische Subrelationen, die selbst wiederum Paare von Subrelationen sind. Damit stellt sich die Frage nach den semiotischen Relationen zwischen diese Paaren von Dyaden. Je nachdem, ob $a = c$ oder $a \neq c$ und ob $b = d$ oder $b \neq d$ sind, gibt es jeweils genau 5 Möglichkeiten

$$(a.b) = (c.d)$$

$$(a.b) < (c.d)$$

$$(a.b) > (c.d)$$

$$(a.b) \leftarrow (c.d)$$

$$(a.b) \rightarrow (d.d),$$

wobei die Symbole $<$ und $>$ für Selektions- und die Symbole \leftarrow und \rightarrow für Zuordnungsoperationen stehen (vgl. Toth 2008, S. 12 ff.).

2. Die in der Stuttgarter Schule immer wieder diskutierte Frage nach der Bildung von Zeichenklassen (vgl. bes. Steffen 1981, S. 8 ff.) über der großen Matrix kann auf die 5 Arten semiotischer Relationen zurückgeführt werden, die innerhalb der erweiterten, d.h. über der großen Matrix gebildeten Dualsysteme bestehen. Hier sind v.a. drei grundsätzliche Möglichkeiten zu erwähnen.

2.1. Man läßt sowohl generative als auch degenerative semiosische Prozesse innerhalb der Dyaden-Paare zu. Damit werden also Relationen der Form

$((a.b), (c.d))$ mit $c < a$

$((a.b), (c.d))$ mit $d > b$

zugelassen.

2.2. Man überträgt die inklusive semiosische Ordnung, wie sie zwischen den Primzeichen ihrer kartesischen Produkte, d.h. den über der kleinen Matrix gebildeten Subrelationen bestehen, auf die Ordnung zwischen den Paaren von Subrelationen, die über der großen Matrix gebildet werden. Dann folgt automatisch

$((a.b), (c.d))$ mit $a < d$ und $d \geq c$.

2.3. Viel größere Konsequenzen als diejenigen eines Kompromisses zwischen den beiden Möglichkeiten 2.1. und 2.2. stellen die beiden Bedingungen

$((a.b), (c.d))$ mit $a = c$ und $b < = > d$

dar, denn hieraus folgt sofort, daß jedes Paar von Subrelationen aus einer Subrelation besteht, die thematisiert wird und einer, die thematisiert, d.h. wir bekommen dann thematische relationale bzw. ordnungstheoretische Strukturen, die von den durch die Realitätsthematiken präsentierten entitätischen Realitäten der über der kleinen Matrix gebildeten Dualsysteme bekannt sind, d.h. bivalente Strukturen innerhalb triadisch-trichotomischer Relationen.

Daraus folgt weiter, daß in einem Dualsystem der Form

$$DS = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)), ((i.j), (k.l))) \\ \times (((l.k), (j.i)), ((h.g), (f.e)), ((d.c), (b.a)))$$

die Teilklasse

$$DS_{tn} = ((c.d), (g.h), (k.l)) \times ((l.k), (h.g), (d.c))$$

vollständig in die Teilklasse

$$DS_{tt} = ((a.b), (e.f), (i.j)) \times ((j.i), (f.e), (b.a))$$

eingebettet ist. Anders ausgedrückt, wenn

$$DS = ((a \leftarrow b), (c \leftarrow d), (e \leftarrow f))$$

gilt, dann gilt weiter

$$(b, d, f) \subset (a, c, e).$$

Informell ausgedrückt, bedeutet also der Übergang von den über der kleinen Matrix gebildeten Dualsystemen zu den erweiterten, über der großen Matrix gebildeten die Erzeugung von bivalenten Thematisationsordnungen durch Übertragung der Verschachtelungsstruktur von den Trichotomien auf die Triaden. Bereits Bense (1979, S. 53, 67) hatte ja als kategoriethoretische Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation

$$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

vorgeschlagen, d.h. für die Subrelationen von ZR gilt damit

$$ZR = (1 \subset ((1 \subset 2) \rightarrow (1 \subset 2 \subset 3))).$$

Abschließend seien zur Illustration die Erweiterungen der 1. Haupt-Zeichenklasse $Zkl = (3.1, 2.1, 1.1)$ gegeben

$$((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.1))$$

$$((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.2))$$

$$((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.3))$$

$$((3.1, 3.1), (2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$((3.1, 3.1), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$((3.1, 3.1), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

$$((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.2))$$

$$((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))$$

$$((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))$$

$$((3.1, 3.3), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3)).$$

Da jede Zeichenklasse sowohl als thematisierte als auch als thematisierende auftreten kann, bekommt also jede der 10 über der kleinen Matrix gebildeten

regulären Zeichenklassen eine 10fache Ausdifferenzierung, d.h. wir bekommen eine Gesamtzahl von 100 erweiterten semiotischen Dualsystemen, wenn wir uns für die Möglichkeit 2.3 entscheiden. Diese 100 semiotischen Dualsysteme sind natürlich eine relativ geringe Teilmenge der 2 mal 729 über Paaren von Subrelationen in erweiterten triadisch-trichotomischen Dualsystemen konstruierbaren Repräsentationsschemata, vergleichbar mit der Teilmenge der 10 regulären (Peirceschen) Repräsentationsschemata als Teilmenge der maximalen Anzahl von 27 über der kleinen Matrix herstellbaren Dualsysteme.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. Stuttgart 1981

Ontische Dualsysteme

1. Zurecht hatte Bense bemerkt, daß die logische Wahrheitswertsemantik, in der zwischen den Werten "Wahr" und "Falsch" unterschieden wird, "völlig unabhängig von einer ontologischen Thematisation des Realitätsbegriffs des in der relevanten Aussage formulierten Sachverhalts" (1981, S. 111) ist. Hingegen hat es bekanntlich die Semiotik nicht wie die Logik mit Aussagen, sondern mit Repräsentationsschemata zu tun: "Sofern die Zeichenklassen (...) eine Zeichenthematik besitzen, die jeweils auf eine gewisse intendierte Realität als deren Repräsentationsschema bezogen ist, gehört zu jeder Zeichenklasse eine Realitätsklasse bzw. zu jeder Zeichenthematik eine Realitätsthematik. Genau in diesem Sinne werden alle Zeichen letztlich an einer objektivierbaren Realität gebildet und sind rekonstruktiv-empirisch" (Bense, a.a.O., S. 112).

2. Bereits einige Jahre zuvor hatte Bense festgehalten, "daß die Semiotik, im Unterschied zur Logik, die als solche nur eine ontologische Seinsthematik konstituieren kann, darüber hinaus auch die erkenntnistheoretische Differenz, die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein (...) zu thematisieren vermag" (1975, S. 16). In Bense (1976, S. 60) wird das Zeichen dann explizit als Repräsentationsfunktion in Abhängigkeit von Ontizität und Semiotizität eingeführt. Allerdings handelt es sich bei diesen um von einander abhängige Variablen, insofern mit steigender Ontizität die Semiotizität eines Repräsentationsschemas sinkt et vice versa. In der semiotischen Matrix, die als Idee bereits auf Peirce zurückgeht und die Bense (1975, S. 100 ff.) numerisch eingeführt hatte, gibt es entsprechend zu jeder Repräsentationsfunktion der Form $y = (w, z)$ auch eine Subrelation der Form $y^{-1} = (z, w)$. Mit anderen Worten: Konverse Repräsentationsfunktionen und duale Repräsentations-

schemata fallen zusammen. Wir haben also innerhalb der Semiotik die eini-germaßen merkwürdige Gleichung $(z, w)^{-1} = \times(z, w)$.

3. Man wird Bense sicherlich zustimmen, daß der Übergang von der dyadischen logischen Wahrheitsfunktion zur triadischen semiotischen Repräsentationsfunktion sowohl ontologisch, d.h. relativ zur "Welt" der Objekte, als auch epistemologisch, d.h. relativ zum "Bewußtsein" der Subjekte, einen bedeutenden Fortschritt darstellt. Der Haken liegt allerdings in Benses Verwendung des Wörtchens "letztlich" in dem obigen Zitat, wonach "alle Zeichen letztlich an einer objektivierbaren Realität gebildet" würden. Zeichen sind als Repräsentationsschemata Vermittlungsschemata, und wie bereits aus Bense (1975, S. 16) klar hervorgeht, gehören sie als "Brücken"-Funktionen weder der Welt der Objekte noch dem Bewußtsein der Subjekte an. In dieser "Zwischenwelt", in welcher durch den Übergang von der dyadischen Logik zur triadischen Semiotik das logische Tertium-Gesetz scheinbar außer Kraft gesetzt ist, ist das Zeichen jedoch trotzdem sowohl in der Objektwelt als auch in der Subjektwelt verankert: In der ersteren, weil das Zeichen ja immer ein Objekt bezeichnet, in der letzteren, weil Zeichen im Gegensatz zu Objekten nicht-vorgegeben sind und ihre explizite, d.h. thetische Einführung daher stets eines Subjektes bedarf.

3. Seit Bense (1976, S. 85 ff.) werden daher Zeichen als sogenannte Dualitätsschemata, auch Dualsysteme genannt, der Form

$$Z = ZTh \times RTh$$

eingeführt. Dabei "repräsentiert" die Zeichenthematik (ZTh) den Subjektpol der dermaßen verdoppelten Repräsentationsfunktion, während die Realitätsthematik (RTh) den Objektpol "präsentiert". Der Unterschied zwischen Repräsentation und Präsentation ergibt sich aus einer interessanten strukturellen Differenz, die dann erkenntlich wird, wenn man Z in expliziter Notation

mit Hilfe von semiotischen Subrelationen notiert. Dabei hat ZTh die allgemeine Form

$$\text{ZTh} = (3.a, 2.b, 1.c),$$

wobei für die Ordnung der trichotomischen Stellenwerte $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ gilt $a \leq b \leq c$. (Damit wird die Menge von $3^3 = 27$ erzeugbaren Repräsentations-schemata auf genau 10 ZTh reduziert.) Wie man sieht, ist ZTh tatsächlich triadisch, weil für die triadischen Hauptwerte gilt ($3 \neq 2 \neq 1$), d.h. die triadischen Werte sind per definitionem paarweise verschieden. Dies trifft nun aber gerade nicht zu für die RTh, die dual zu den ZTh gebildet werden

$$\text{RTh} = \times\text{ZTh} = \times(3.a, 2.b, 1.c) = (c.1, b.2, a.3),$$

denn wegen der Ordnung ($a \leq b \leq c$) müssen die trichotomischen Werte nicht paarweise verschieden sein. Tatsächlich gibt es unter den 10 semiotischen Dualsystemen nur eine einzige triadische RTh, nämlich die mit ihrer ZTh dual-identische RTh (3.1, 2.2, 1.3) (vgl. Bense 1992), während alle übrigen 9 Dualsysteme dyadisch sind, vgl. z.B.

$$\times(3.1, 2.1, 1.2) = (2.1, \underline{1.2}, \underline{1.3})$$

$$\times(3.2, 2.3, 1.3) = (\underline{3.1}, \underline{3.2}, 2.3).$$

Innerhalb von $Z = \text{ZTh} \times \text{RTh}$ sind also die durch die ZTh re-präsentierten Subjektpole der verdoppelten Repräsentationsfunktion triadisch, aber die durch die RTh präsentierten Objektpole sind dyadisch. Semiotische Dualsysteme enthalten also in ihren RTh einen dyadischen Rest aus einer extra-semiotischen Welt, für welche die triadische Wertigkeit doch gerade das Strukturmerkmal par excellence ist. Diesen dyadischen Rest kann man ohne metaphysische Verbiegung als Spur der erwähnten Verankerung deuten, und die Dyadizität gilt selbstverständlich für beide Welten, in deren Zwischenwelt

die Zeichenfunktion von Bense (1975, S. 16) angesetzt worden war: für die Welt der Objekte und für die Welt der Subjekte.

4. Man darf sich jedoch keinen Illusionen hingeben: Auch wenn semiotische Dualsysteme der Form $Z = ZTh \times RTh$ in ihren RTh dyadisch sowohl mit der "Welt" als auch mit dem "Bewußstein" (Bense 1975, S. 16) verankert sind, so gilt wegen der operativen Koinzidenz von Konversion und Dualität der Repräsentationsfunktion $(z, w)^{-1} = \times(z, w)$, daß das Verhältnis zwischen dem von den ZTh repräsentierten Subjektpol und dem von den RTh präsentierten Objektpol zirkulär ist: DIE RTh PRÄSENTIEREN NUR EINE SOLCHE FORM VON REALITÄT, WELCHE DURCH DUALISATION AUS DER DURCH DIE ZTh VERMITTELTEN UND DAMIT BEREITS REPRÄSENTIERTEN WELT ABGELEITET IST. Die Semiotik, als deren fundamentales Axiom zwar die Definition des Zeichens als "Metaobjekt" steht und das somit explizit die Existenz eines zeichenunabhängigen und vorgegebenen Objektes am Beginn der thetischen Setzung von Zeichen voraussetzt, die von Bense (1967, S. 9) explizit als "Zuordnung" und damit als Abbildung verstanden wird, ist paradoxerweise ein pansemiotisches Universum, in der das Objekt, sobald die Zeichengenesse abgeschlossen ist, nur noch als durch das Zeichen vermittelte Objekt-Relation eine Rolle spielt. Mit anderen Worten, die Semiotik hat es mit Objekt-Relationen, die Welt der Objekte oder Ontik hat es mit Objekten selbst zu tun. Innerhalb von $Z = ZTh \times RTh$ repräsentieren somit die ZTh objektive Subjektrelationen und die RTh präsentieren subjektive Objektrelationen.¹

¹ In seiner langen Einleitung zu Felix Hausdorffs Buch "Das Chaos in kosmischer Auslese", das 1898 unter dem Pseudonym Paul Mongré erschienen war und das Bense 1976 unter dem Titel "Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik" neu herausgab, wird explizit darüber gehandelt, daß es "keinen Übergangsstreifen, keine vermittelnden Gebiete" innerhalb dieser "völligen Diversität der Welten" gebe. Diese Einleitung Benses, die besonders für dessen späteres Buch "Das Universum der Zeichen" (1983) von

5. Ausgehend von der paarweisen Kombination der erkenntnistheoretischen Funktionen Objekt und Subjekt, die Günther (1976, S. 336 ff.) vorgenommen hatte und die man wie folgt schematisch darstellen kann

	Objekt	Subjekt
Objekt	OO	OS
Subjekt	SO	SS,

bekommen wir nun, unsere bisherigen Ergebnisse zusammenfassend, das folgende Korrespondenzschema (die Begriffe "Welt" und "Bewußtsein" referieren wiederum auf Bense [1975, S. 16])

OO:	Welt	
OS:	ZTh	} Z = ZTh × RTh
SO:	RTh	
SS:	Bewußtsein.	

Für die Metaobjektivierung, d.h. für die Abbildung eines Objektes (Ω) auf ein Zeichen,

$$\mu: \Omega \rightarrow Z,$$

bleibt aber innerhalb des obigen Schemas die Vermittlung zwischen Ω und Z, d.h. dem vom Zeichen bezeichneten Objekt und dem das Objekt bezeichnenden Zeichen,

entscheidender Bedeutung ist, unterstreicht, auf unseren Zusammenhang angewandt, daß innerhalb der Bense-Semiotik die Welt der Zeichen, die Semiotik, und die Welt der von ihnen bezeichneten Objekte, die Ontik, diskrete Welten sind. Umso mehr erstaunt es, daß Bense noch ein Jahr zuvor sogenannte "disponible" oder "vorthetische" Objekte, definiert als O-Relationen, angenommen hatte (Bense 1975, S. 39 ff., S. 45 ff., S. 64 ff.), mittels derer er wenigstens andeutungsweise eine "Präsemiotik" als Vermittlungswelt zwischen den beiden doch angeblich diskreten Welten zu konstruieren suchte.

OO: Welt

↓_μ

OS: ZTh
SO: RTh } Z = ZTh × RTh

trotz Benses disponiblen bzw. vorthetischen Objekten (vgl. Anm. 1) so lange unklar, als wir nicht über eine vollwertige, der Semiotik als Zeichentheorie an die Seite gestellte Ontik als Objekttheorie besitzen. Dabei ist von besonderer Bedeutung die Frage, ob die fundamentale Dualität, d.h. die verdoppelte Erkenntnisrelation, die sich qua $Z = ZTh \times RTh$ innerhalb der Semiotik findet, auch innerhalb der Ontik findet. Da der vorliegende Aufsatz der Auftakt zu einer Serie ist, innerhalb der die tatsächliche Existenz ontischer Dualsysteme nachgewiesen werden soll und zu der bereits zwei vorgängig veröffentlichte Aufsätze (Toth 2014a, b) gehören, schließen wir diesen Teil I unserer Serie, indem wir exemplarisch die ontische Dualität der Objektinvariante (vgl. Toth 2013) Ordnung zeigen.

Während ordnende System solche Systeme sind, bei denen sie, d.h. die Systeme, die in sie einzubettenden Objekte ordnen, sind geordnete Systeme solche, bei denen nicht das System die Objekte, sondern die Objekte das System ordnen, schematisch

	Ord nende Entität
Ord nendes System	System
Geordnetes System	Objekt.

Beispiel für ein ordnendes System (thematisch als systemische Leerform einer Stube erkennbar).



Witikonerstr. 337, 8053 Zürich

Beispiel für ein geordnetes System (thematisch als systemische Leerform einer Eckecke erkennbar).



Burstwiesenstr. 56, 8055 Zürich

Ordnetendes und geordnetes System stehen somit in einer Relation, die wir als ontische Dualrelation bezeichnen können, d.h. die Objektivinvariante der Ordnung induziert ein ontisches Dualsystem.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos. Hrsg. v. Max Bense. Baden-Baden 1976

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. I. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Teilraumfelder, ordnende und geordnete Teilsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Orientiertheit und Orientierendheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Tetradische Dualsysteme in einer logisch 3-wertigen Semiotik

1. Wie in Toth (2014) ausgeführt worden war, stellen Kommunikationsschemata 4-stellige Relationen der allgemein Form

Sender → Nachricht → Empfänger.



Kanal

wobei expedientes und rezipientes bzw. logisches Ich- und Du-Subjekt vermöge Günther (1991), S. 176) irreduktibel sind und eine Differenzierung des einen semiotischen Subjektes, wie es innerhalb der Peirce-Bense-Semiotik als Interpretantenrelation erscheint, in zwei Interpretantenbezüge

$I \rightarrow I_S, I_E$.

erfordert. Daraus resultiert der Übergang der triadischen in eine tetradische Zeichenrelation, d.h.

$ZR^3 = (M, O, I) \rightarrow ZR^4 = (M, O, I_S, I_E)$,

und mit ihr also der Übergang von der 2-wertigen aristotelischen zu einer 3-wertigen nicht-aristotelischen Logik des Güntherschen Typus (vgl. Günther 1991).

2. Im folgenden gehen wir von der bereits in Toth (2014) konstruierten tetradischen semiotischen Matrix

	1	2	3	4
1	1.1	1.2	1.3	1.4
2	2.1	2.2	2.3	2.4
3	3.1	3.2	3.3	3.4
4	4.1	4.2	4.3	4.4

aus, für die gilt

$$M^3 \not\subset M^4,$$

da der vierheitliche Interpretant vom drittheitlichen logisch in M^4 geschieden und beide somit nicht auf den drittheitlichen Interpretanten in M^3 reduzierbar sind. Das über dieser 4×4 -Matrix darstellbare semiotische Kommunikationsschema wäre dann also in numerischer Notation

$$3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$$

bzw.

$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4,$$

je nachdem, ob die Nachricht als Funktion des Kanals bzw. der Kanal als Funktion der Nachricht definiert wird.

2. Da das inklusive Ordnungsprinzip, das für triadische Zeichenrelationen der Form

$$ZR^3 = (3.a, 2.b, 1.c)$$

$$a \leq b \leq c$$

lautet, auf tetradische Zeichenklassen der Form

$$ZR^4 = (4.a, 3.b, 2.c, 1.d)$$

mit

$$a \leq b \leq c \leq d$$

übertragbar ist, ergeben sich, wie man z.B. aus dem Pascalschen Dreieck ablesen kann, für ZR^3 10 Dualsysteme und für ZR^4 35 Dualsysteme.

$$DS 1 = [[4.1, 3.1, 2.1, 1.1] \quad \times \quad [1.1, 1.2, 1.3, 1.4]]$$

$$DS 2 = [[4.1, 3.1, 2.1, 1.2] \quad \times \quad [2.1, 1.2, 1.3, 1.4]]$$

$$DS 3 = [[4.1, 3.1, 2.1, 1.3] \quad \times \quad [3.1, 1.2, 1.3, 1.4]]$$

$$DS 4 = [[4.1, 3.1, 2.1, 1.4] \quad \times \quad [4.1, 1.2, 1.3, 1.4]]$$

$$DS 5 = [[4.1, 3.1, 2.2, 1.2] \quad \times \quad [2.1, 2.2, 1.3, 1.4]]$$

$$\begin{aligned}
\text{DS 6} &= [[4.1, 3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3, 1.4]] \\
\text{DS 7} &= [[4.1, 3.1, 2.2, 1.4] \times [4.1, 2.2, 1.3, 1.4]] \\
\text{DS 8} &= [[4.1, 3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3, 1.4]] \\
\text{DS 9} &= [[4.1, 3.1, 2.3, 1.4] \times [4.1, 3.2, 1.3, 1.4]] \\
\text{DS 10} &= [[4.1, 3.1, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 1.3, 1.4]] \\
\text{DS 11} &= [[4.1, 3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3, 1.4]] \\
\text{DS 12} &= [[4.1, 3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3, 1.4]] \\
\text{DS 13} &= [[4.1, 3.2, 2.2, 1.4] \times [4.1, 2.2, 2.3, 1.4]] \\
\text{DS 14} &= [[4.1, 3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3, 1.4]] \\
\text{DS 15} &= [[4.1, 3.2, 2.3, 1.4] \times [4.1, 3.2, 2.3, 1.4]] \\
\text{DS 16} &= [[4.1, 3.2, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 2.3, 1.4]] \\
\text{DS 17} &= [[4.1, 3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3, 1.4]] \\
\text{DS 18} &= [[4.1, 3.3, 2.3, 1.4] \times [4.1, 3.2, 3.3, 1.4]] \\
\text{DS 19} &= [[4.1, 3.3, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 3.3, 1.4]] \\
\text{DS 20} &= [[4.1, 3.4, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 4.3, 1.4]]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{DS 21} &= [[4.2, 3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3, 2.4]] \\
\text{DS 22} &= [[4.2, 3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3, 2.4]] \\
\text{DS 23} &= [[4.2, 3.2, 2.2, 1.4] \times [4.1, 2.2, 2.3, 2.4]] \\
\text{DS 24} &= [[4.2, 3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3, 2.4]] \\
\text{DS 25} &= [[4.2, 3.2, 2.3, 1.4] \times [4.1, 3.2, 2.3, 2.4]] \\
\text{DS 26} &= [[4.2, 3.2, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 2.3, 2.4]] \\
\text{DS 27} &= [[4.2, 3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3, 2.4]] \\
\text{DS 28} &= [[4.2, 3.3, 2.3, 1.4] \times [4.1, 3.2, 3.3, 2.4]] \\
\text{DS 29} &= [[4.2, 3.3, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 3.3, 2.4]]
\end{aligned}$$

$$DS\ 30 = [[4.2, 3.4, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 4.3, 2.4]]$$

$$DS\ 31 = [[4.3, 3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3, 3.4]]$$

$$DS\ 32 = [[4.3, 3.3, 2.3, 1.4] \times [4.1, 3.2, 3.3, 3.4]]$$

$$DS\ 33 = [[4.3, 3.3, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 3.3, 3.4]]$$

$$DS\ 34 = [[4.3, 3.4, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 4.3, 3.4]]$$

$$DS\ 35 = [[4.4, 3.4, 2.4, 1.4] \times [4.1, 4.2, 4.3, 4.4]]$$

Wie man bereits zu diesem Zeitpunkt leicht erkennen kann, sind die durch die semiotisch tetradischen und logisch 3-wertigen Realitätsthematiken thematisierten Realitäten von ganz anderer Art als es diejenigen sind, welche durch die triadischen und 2-wertigen Realitätsthematiken thematisierten Realitäten sind.

Literatur

- Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991
- Toth, Alfred, Kommunikationsschemata. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Vorthetische Dualsysteme

1. Nach Toth (2014) ist die kategorialzahlige semiotische Matrix eine Submatrix der relationalzahligen ontischen Matrix

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

insofern die semiotische Matrix den "Kern" der Selbstabbildung der von Bense (1975, S. 64 ff.) eingeführten Relations- (R) und Kategorialzahlen (K)

f: $R \rightarrow K$ (mit $R \supset K$)

bildet. Anders ausgedrückt, die transitive Inklusionsrelation der Kategorialzahlen

$K(1) \subset K(2) \subset K(3)$

wird aus derjenigen der Relationszahlen

$O(0) \subset O(1) \subset O(2) \subset O(3)$

qua Metaobjektivation, d.h. der Abbildung disponibler, vorthetischer Objekte auf thetische Zeichen, "vererbt".

2. Dieser metaobjektive Vererbungsprozeß kann nun, entsprechend der Möglichkeit, Zeichen als aus Zeichen- und Realitätsthematiken bestehenden semiotischen Dualsystemen (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.), in der Form vorthetischer Dualsysteme notiert werden, denn, wie man anhand der obigen Matrix ersieht, gibt es zu jeder relationszahligen Subrelation der Form (0.x) eine duale Subrelation der Form (x.0) (mit $x \in R$).

2.1. Erstes ontisches Dualsystem

$$D_{\mu_1}: [(0.1) \rightarrow (1.1) \times (1.0) \rightarrow (1.1)]$$

2.2. Zweites ontisches Dualsystem

$$D_{\mu_2}: [(0.2) \rightarrow \{(1.2), (2.2)\} \times (2.0) \rightarrow \{(2.1), (2.2)\}]$$

2.3. Drittes ontisches Dualsystem

$$D_{\mu_3}: [(0.3) \rightarrow \{(1.3), (2.3), (3.3)\} \times (3.0) \rightarrow \{(3.1), (3.2), (3.3)\}].$$

Wie es scheint, ist hiermit endlich – nach vier Jahrzehnten – das formale System gefunden, das die folgenden Feststellungen Benses operational macht: "Die Erklärung eines ontischen Etwas, sagen wir der Farbe 'Rot', zu einem Zeichen, stellt in Wirklichkeit eine dreifache Erklärung bzw. eine dreifache Selektion der Farbe 'Rot' dar: eine materiale, eine figurative und eine situative Selektion des 'Rot'" (Bense 1975, S. 74).

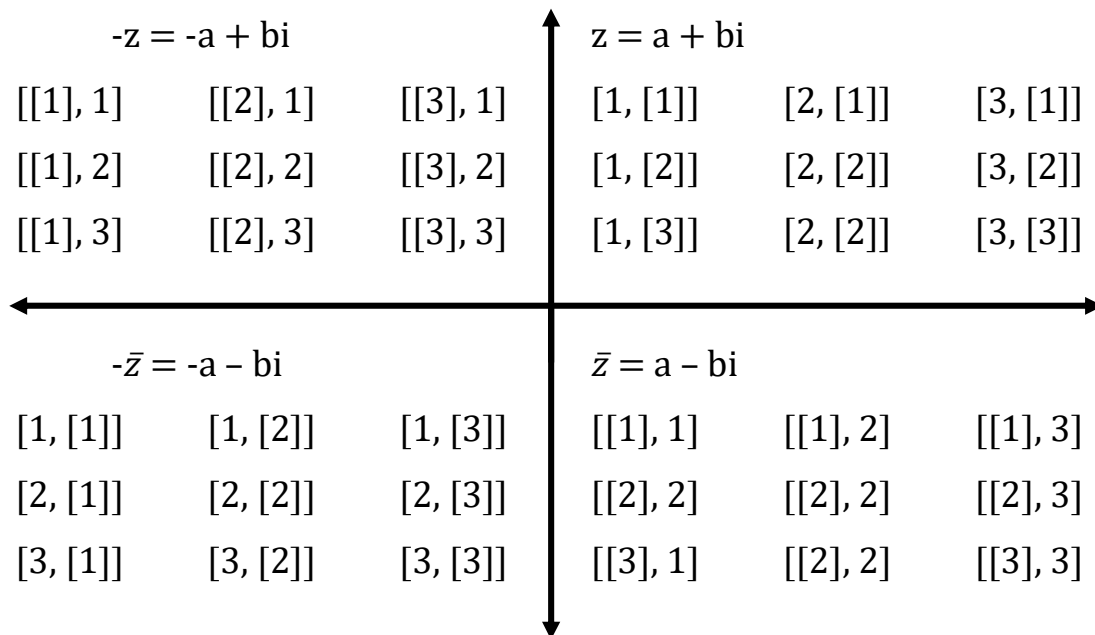
Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Relationszahlen und Kategorialzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Komplexe semiotische Dualsysteme

1. Aus Toth (2014), worin die vorangängigen Studien zu einer komplexen Semiotik zusammengefaßt sind, kann man die folgende semiotische Zeichenebene bilden, deren Quadrantenbestimmungen der quantitativen gaußschen Zahlenebene korrespondieren.



2. Wie man erkennt, tritt also jedes der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.) in 4-facher Gestalt auf, und zwar durch die beiden fundamentalen semiotischen Operationen der Dualisation (\times) und der Einbettungsreflexion ($*$) determiniert, so daß man komplexe semiotische Zeichenzahlen also durch die allgemeine Form

$$Z = (\langle a.b \rangle, \times, *)$$

mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$,

darin $P = \{1, 2, 3\}$ die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten "Primzeichen" sind, definieren kann.

Danach kann man also mittels der semiotischen Algebra Z komplexe semiotische Dualsysteme erzeugen. Wir beschränken uns im folgenden auf die Angabe der Hauptdualsysteme.

2.1. Zu $z = a + bi$ isomorphe semiotische Dualsysteme

$$DS = [[3, [1]], [2, [1]], [1, [1]]] \times [[[1], 1], [[1], 2], [[1], 3]]$$

$$DS = [[3, [2]], [2, [2]], [1, [2]]] \times [[[2], 1], [[2], 2], [[2], 3]]$$

$$DS = [[3, [3]], [2, [3]], [1, [3]]] \times [[[3], 1], [[3], 2], [[3], 3]]$$

2.2. Zu $\bar{z} = a - bi$ isomorphe semiotische Dualsysteme

$$DS = [[[3], 1], [[2], 1], [[1], 1]] \times [[1, [1]], [1, [2]], [1, [3]]]$$

$$DS = [[[3], 2], [[2], 2], [[1], 2]] \times [[2, [1]], [2, [2]], [2, [3]]]$$

$$DS = [[[3], 3], [[2], 3], [[1], 3]] \times [[3, [1]], [3, [2]], [3, [3]]]$$

2.3. Zu $-z = -a + bi$ isomorphe semiotische Dualsysteme

$$DS = [[[1], 1], [[2], 1], [[3], 1]] \times [[1, [3]], [1, [2]], [1, [1]]]$$

$$DS = [[[1], 2], [[2], 2], [[3], 2]] \times [[2, [3]], [2, [2]], [2, [1]]]$$

$$DS = [[[1], 3], [[2], 3], [[3], 3]] \times [[3, [3]], [3, [2]], [3, [1]]]$$

2.4. Zu $-\bar{z} = -a - bi$ isomorphe semiotische Dualsysteme

$$DS = [[1, [1]], [2, [1]], [3, [1]]] \times [[[1], 3], [[1], 2], [[1], 1]]$$

$$DS = [[1, [2]], [2, [2]], [3, [2]]] \times [[[2], 3], [[2], 2], [[2], 1]]$$

$$DS = [[1, [3]], [2, [3]], [3, [3]]] \times [[[3], 3], [[3], 2], [[3], 1]]$$

Ferner ist es möglich, neben diesen komplex-homogenen semiotischen Dualsystemen komplex-inhomogene wie z.B.

$$DS = [[3, [1]], [[2], 1], [1, [1]]] \times [[[1], 1], [1, [2]], [[1], 3]]$$

$$DS = [[[1], 2], [[2], 2], [3, [2]]] \times [[[2], 3], [2, [2]], [2, [1]]]$$

$$DS = [[[1], 3], [2, [3]], [[3], 3]] \times [[3, [3]], [[3], 2], [3, [1]]], \text{ usw.}$$

zu konstruieren.

Literatur

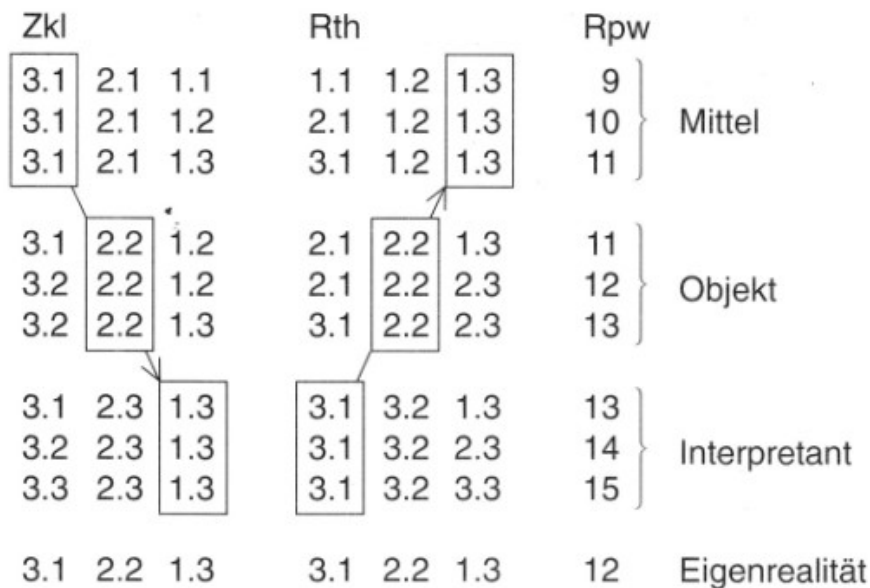
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Dualisation und Einbettungsreflexion. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2014

Der semiotische Konnexitätssatz und die semiotischen Dualsysteme

1. Bekanntlich stellt die Teilmenge der 10 peirce-benseschen semiotischen Dualsysteme (aus der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ semiotischen Dualsysteme) ein sog. determinantensymmetrisches Dualitätssystem dar (vgl. Bense 1992, S. 76).



Daraus kann man den sog. semiotischen Konnexitätssatz ableiten, der besagt, daß jedes semiotische Dualsystem in mindestens einem und maximal zwei Subrelationen mit den Subrelationen des eigenrealen Dualsystems zusammenhängt.

2. Es stellt sich allerdings die Frage, ob dieser Konnexitätssatz auch wirklich für sämtliche 27 semiotischen Dualsysteme gilt oder nicht. Um diese Frage zu beantworten, gehen wir aus von den in Toth (2015) definierten semiotischen Zahlenfeld-Graphen.

2.1. Konnexe Zahlenfelder

2.1.1. Zahlenfeld-Graph

↓ ↓

↓ ↓

$$\text{DS 1} = (3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 27} = (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 2 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 3} = (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 25} = (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & \emptyset & & 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 7} = (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 21} = (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 2 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 & \Leftrightarrow & 1 & \emptyset & \emptyset & = & 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 9} = (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 19} = (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc} \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & \emptyset & & 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 & \Leftrightarrow & 1 & \emptyset & \emptyset & = & 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

Alle Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 2 Werten zusammen.

2.1.2. Zahlfeld-Graph

↙ ↘

↓ ↓

$$\text{DS } 2 = (3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 26 = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS } 8 = (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 20 = (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

Die Raumfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 1 Wert zusammen.

2.1.3. Zahlfeld-Graph

↘ ↙

↙ ↘

$$\text{DS } 4 = (3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS } 24 = (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0 \\
\text{DS 6} & & = & & (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3) & & & & & & \\
\text{DS 22} & & = & & (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3) & & & & & & \\
\emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & \emptyset & & 2 & \emptyset & 2 \\
\emptyset & 1 & \emptyset & & \emptyset & 1 & \emptyset & = & \emptyset & 1 & \emptyset \\
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0
\end{array}$$

Die Raumbfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 3 Werten zusammen. Hier liegt also nicht nur partielle, sondern totale Konnexität vor.

2.1.4. Zahlfeld-Graph

$$\begin{array}{ccccccccc}
& & \downarrow & & & & & & & & \\
\swarrow & & & & \searrow & & & & & & \\
\text{DS 5} & & = & & (3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3) & & & & & & \\
\text{DS 23} & & = & & (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3) & & & & & & \\
\emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset \\
\emptyset & 1 & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & 1 & \emptyset & = & \emptyset & 1 & \emptyset \\
0 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset & 0
\end{array}$$

Die Raumbfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 2 Werten zusammen.

2.1.5. Zahlfeld-Graph

$$\begin{array}{ccccccccc}
\downarrow & \downarrow & & & & & & & & & \\
\searrow & \swarrow & & & & & & & & & \\
\text{DS 10} & & = & & (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3) & & & & & & \\
\text{DS 18} & & = & & (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3) & & & & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
2 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & 2 \\
1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\
\emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset \\
\text{DS 12} & = & & & (3.2, 2.1, 1.3) & \times & (3.1, 1.2, 2.3) & & & & \\
\text{DS 16} & = & & & (3.2, 2.3, 1.1) & \times & (1.1, 3.2, 2.3) & & & & \\
\emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & \emptyset & & 2 & \emptyset & 2 \\
1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\
\emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset
\end{array}$$

Die Raumbfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 1 Wert zusammen.

2.1.6. Zahlfeld-Graph

$$\begin{array}{ccc}
\searrow & & \swarrow \\
& \downarrow & \\
\text{DS 13} & = & (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3) \\
\text{DS 15} & = & (3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3) \\
2 & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & 2 & & 2 & \emptyset & 2 \\
\emptyset & 1 & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & 1 & \emptyset & = & \emptyset & 1 & \emptyset \\
\emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset
\end{array}$$

Die Raumbfelder, die zu diesem Zahlenfeld-Graphen gehören, hängen somit nicht nur mit der eigenrealen, sondern auch mit dem kategorienrealen Dualsystem in je 2 Werten zusammen.

2.2. Nicht-konnexes Zahlenfeld

Als Überraschung ergibt sich, daß von den Zahlenfeldern der 7 differenzierbaren Graphen nur ein einziger weder mit der eigenrealen noch mit der

kategorien Zeichenklassen zusammenhängt, d.h. daß totale Nicht-Konnexität besateht.

Zahlfeld-Graph

↙ ↘

↘ ↙

$$\text{DS 11} = (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

$$\text{DS 17} = (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset & & \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset & \Leftrightarrow & \emptyset & \emptyset & 1 & = & 1 & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

Daraus folgt also, daß der semiotische Konnexitätssatz nur für die Teilmenge der 10 peirce-benseschen semiotischen Dualsysteme gilt, d.h. genau für diejenigen, welche aus der allgemeinen Form semiotischer Dualsysteme

$$\text{DS} = [[3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]]$$

(mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ durch die trichotomische Ordnungsbeschränkung

$$x \leq y \leq z$$

herausgefiltert sind.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Graphen von Abbildungen von Zahlfeldern semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Graphen von Abbildungen von Zahlfeldern semiotischer Dualsysteme

1. In Toth (2015) hatten wir perspektivische Reflexionen von Zahlfeldern semiotischer Dualsysteme, d.h. von Zeichen- und Realitätsthematiken, aufeinander abgebildet. Im folgenden wird gezeigt, daß die Codomänen-Zahlfelder dieser 27 Abbildungen sich durch genau 7 einander paarweise nicht-isomorphe Graphen darstellen lassen.

2.1. Zahlfeld-Graph

↓ ↓

↓ ↓

$$\text{DS 1} = (3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 27} = (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 3} = (3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 25} = (3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 7} = (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 21} = (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 9} = (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 19} = (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \Leftrightarrow & & \\ = & & \\ & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

2.2. Zahlfeld-Graph

↙ ↘

↓ ↓

$$\text{DS 2} = (3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3)$$

$$\text{DS 26} = (3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \Leftrightarrow & & \\ = & & \\ & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 8} = (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 20} = (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \Leftrightarrow & & \\ = & & \\ & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

2.3. Zahlfeld-Graph

↘ ↙

↙ ↘

$$\text{DS 4} = (3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 24} = (3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \Leftrightarrow & & \\ = & & \\ & & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$\text{DS 6} = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 22} = (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

2.4. Zahlfeld-Graph

↓

↙ ↘

$$\text{DS 5} = (3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 23} = (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array} = \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 0 & \emptyset & 0 \end{array}$$

2.5. Zahlfeld-Graph

↓ ↓

↘ ↙

$$\text{DS 10} = (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

$$\text{DS 18} = (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS 12} = (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$\text{DS 16} = (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

2.6. Zahlfeld-Graph

↙ ↘

↘ ↙

$$\text{DS 11} = (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

$$\text{DS 17} = (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} = \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

2.7. Zahlfeld-Graph

↘ ↙

↓

$$\text{DS 13} = (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

$$\text{DS 15} = (3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} = \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

2.8. Einen Sonderstatus nimmt auch hier die Selbstabbildung der ZTh des Vollständigen Objektes ein, welche den Teilgraphen des Graphen 2.1. hat

↓

↓

$$\text{DS 14} = (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

Die Graphen 2.1. und 2.5. sowie 2.4. und 2.7. stehen also in einer Reflexionsrelation, die Graphen 2.3. und 2.6. in einer Komplementaritätsrelation zueinander.

Literatur

Toth, Alfred, Abbildungen von Zahlfeldern von Zeichenthematiken und ihren dualen Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ontische Raumrelationen der semiotischen Dualsysteme

1. Die in Toth (2015a) definierten perspektivischen Reflexionen der $3^3 = 27$ über der allgemeinen Form des semiotischen Dualsystems

$$DS = (3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3)$$

mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ erzeugbaren semiotischen Dualsysteme lassen sich vermöge der in Toth (2015b) definierten drei perspektivischen ontischen Raumrelationen

$$R = [\text{Oben, Unten}]$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 0 & \emptyset & \emptyset & 0 & 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 1 & 1 & \emptyset & \emptyset & 0 & 0 & \emptyset \end{array}$$

$$R = [\text{Vorn, Hinten}]$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 1 & \emptyset & \emptyset & 1 & 0 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 & 1 & \emptyset & \emptyset & 1 & 0 \end{array}$$

$$R = [\text{Links, Rechts}]$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 0 & \emptyset & \emptyset & 0 & 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \\ 1 & \emptyset & \emptyset & 1 & 0 & \emptyset & \emptyset & 0 \end{array}$$

vermöge der ontisch-semiotischen Isomorphie

$$[Z = [M, O, I]] \cong [S^* = [S, U, E]]$$

(vgl. Toth 2015c) als ontisch-semiotische Raumrelationen darstellen. Als Abkürzungen für die drei Paare von ontischen Raumrelationen verwenden wir $R[O, U]$, $R[V, H]$ und $R[L, R]$.

2. Ontisch-semiotische Raumrelationen

2.1. Perspektivische Reflexion

$$DS 1 = (3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3)$$

$$DS 27 = (3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

2	∅	∅	∅	∅	2
1	∅	∅	∅	∅	1
0	∅	∅	∅	∅	0

R[L, R] R[R, L]

2.2. Perspektivische Reflexion

DS 2 = (3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)

DS 26 = (3.3, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 3.3)

∅	2	∅	∅	2	∅
1	∅	∅	∅	∅	1
0	∅	∅	∅	∅	0

R[R[L, R], R[O, U]] R[R[U, O], R[R, L]]

2.3. Perspektivische Reflexion

DS 3 = (3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)

DS 25 = (3.3, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 3.3)

∅	∅	2	2	∅	∅
1	∅	∅	∅	∅	1
0	∅	∅	∅	∅	0

R[R[L, R], R[O, U]] R[R[U, O], R[R, L]]

2.4. Perspektivische Reflexion

DS 4 = (3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)

DS 24 = (3.3, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 3.3)

2	∅	∅	∅	∅	2
∅	1	∅	∅	1	∅
0	∅	∅	∅	∅	0

R[R[O, U], R[L, R]] R[R[R, L], R[U, O]]

2.5. Perspektivische Reflexion

$$\text{DS 5} = (3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 23} = (3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

$$\emptyset \quad 2 \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad 2 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$0 \quad \emptyset \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad \emptyset \quad 0$$

$$\text{R}[\text{R}[\text{L}, \text{R}], \text{R}[\text{O}, \text{U}]] \qquad \text{R}[\text{R}[\text{U}, \text{O}], \text{R}[\text{R}, \text{L}]]$$

2.6. Perspektivische Reflexion

$$\text{DS 6} = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 22} = (3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 2 \qquad 2 \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$0 \quad \emptyset \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad \emptyset \quad 0$$

$$\text{R}[\text{R}[\text{O}, \text{U}], \text{R}[\text{O}, \text{U}]] \qquad \text{R}[\text{R}[\text{U}, \text{O}], \text{R}[\text{U}, \text{O}]]$$

Da Eigen- und Kategorienrealität vorliegen, handelt es sich hier um die einzige genuine ontisch-semiotische Raumrelation.

2.7. Perspektivische Reflexion

$$\text{DS 7} = (3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 21} = (3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

$$2 \quad \emptyset \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad \emptyset \quad 2$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 1 \qquad 1 \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$0 \quad \emptyset \quad \emptyset \qquad \emptyset \quad \emptyset \quad 0$$

$$\text{R}[\text{R}[\text{O}, \text{U}], \text{R}[\text{U}, \text{O}]] \qquad \text{R}[\text{R}[\text{U}, \text{O}], \text{R}[\text{O}, \text{U}]]$$

2.8. Perspektivische Reflexion

$$\text{DS 8} = (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$\text{DS 20} = (3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$R[R[O, U], R[U, O]] \quad R[R[U, O], R[O, U]]$$

Man beachte, daß 2.7. und 2.8. die gleichen ontisch-semiotischen Raumrelationen präsentieren.

2.9. Perspektivische Reflexion

$$DS 9 = (3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$$

$$DS 19 = (3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{array}$$

$$R[R[L, R], R[O, U]] \quad R[R[U, O], R[R, L]]$$

2.10. Perspektivische Reflexion

$$DS 10 = (3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

$$DS 18 = (3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & \emptyset & 2 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

$$R[R[L, R], R[O, U]] \quad R[R[U, O], R[R, L]]$$

2.11. Perspektivische Reflexion

$$DS 11 = (3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

$$DS 17 = (3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$\begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \emptyset & 2 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{array}$$

$$R[R[O, U], R[U, O]] \quad R[R[U, O], R[O, U]]$$

2.12. Perspektivische Reflexion

$$DS\ 12 \quad = \quad (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$DS\ 16 \quad = \quad (3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 2 \quad \quad \quad 2 \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$1 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[R[O, U], R[U, O]] \quad R[R[U, O], R[O, U]]$$

2.13. Perspektivische Reflexion

$$DS\ 13 \quad = \quad (3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

$$DS\ 15 \quad = \quad (3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$$

$$2 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 2$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[R[L, R], R[O, U]] \quad R[R[U, O], R[R, L]]$$

2.14. Perspektivische Reflexion

$$DS\ 14 \quad = \quad (3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

$$\emptyset \quad 2 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[L, R] = R[R, L].$$

Literatur

Toth, Alfred, Perspektivische Reflexion semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Beschreibung des 3-dimensionalen Raumes mit Hilfe von
ontischen Zahlenfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics,
2015b

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2015c

Ortsfunktionale Objektabhängigkeit bei semiotischen Dualsystemen

1. Im folgenden wird ein sowohl für die Semiotik als auch für die Ontik höchst interessanter Fall gezeigt, bei dem eine Objektinvariante (vgl. Toth 2013), die Objektabhängigkeit, selbst ortsfunktional relevant wird. Dazu verwenden wir nicht nur die 10 peirce-benseschen, sondern das Gesamtsystem der über $DS = (3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ erzeugbaren $3^3 = 27$ semiotischen Dualsysteme.

2.1. 0-seitige Objektabhängigkeit

$$DS\ 8 \quad = \quad (3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$DS\ 12 \quad = \quad (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

2.2. 1-seitige Objektabhängigkeit

2.2.1. Struktur $S = (\square\square\blacksquare \times \blacksquare\square\square)$

$$DS\ 1 \quad = \quad (3.1, 2.1, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, 1.2, 1.3)$$

$$DS\ 7 \quad = \quad (3.1, 2.3, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, 3.2, 1.3)$$

$$DS\ 10 \quad = \quad (3.2, 2.1, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, 1.2, 2.3)$$

$$DS\ 9 \quad = \quad (3.1, 2.3, \underline{1.3}) \times (3.1, 3.2, \underline{1.3})$$

2.2.2. Struktur $S = (\square\blacksquare\square \times \square\blacksquare\square)$

$$DS\ 5 \quad = \quad (3.1, \underline{2.2}, 1.2) \times (2.1, \underline{2.2}, 1.3)$$

$$DS\ 14 \quad = \quad (3.2, \underline{2.2}, 1.2) \times (2.1, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$DS\ 15 \quad = \quad (3.2, \underline{2.2}, 1.3) \times (3.1, \underline{2.2}, 2.3)$$

2.2.3. Struktur $S = (\blacksquare\square\square \times \square\square\blacksquare)$

$$DS\ 21 \quad = \quad (\underline{3.3}, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, \underline{3.3})$$

$$DS\ 26 \quad = \quad (\underline{3.3}, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, \underline{3.3})$$

$$DS\ 27 \quad = \quad (\underline{3.3}, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, \underline{3.3})$$

2.3. 2-seitige Objektabhängigkeit

2.3.1. Struktur $S = (\square \blacksquare \blacksquare \times \blacksquare \blacksquare \square)$

$$\text{DS 2} = (3.1, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \times (\underline{2.1}, \underline{1.2}, 1.3)$$

$$\text{DS 11} = (3.2, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \times (\underline{2.1}, \underline{1.2}, 2.3)$$

$$\text{DS 4} = (3.1, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, \underline{2.2}, 1.3)$$

$$\text{DS 13} = (3.2, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, \underline{2.2}, 2.3)$$

2.3.2. Struktur $S = (\blacksquare \blacksquare \square \times \square \blacksquare \blacksquare)$

$$\text{DS 23} = (3.3, \underline{2.2}, 1.2) \times (2.1, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

$$\text{DS 24} = (3.3, \underline{2.2}, 1.3) \times (3.1, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

$$\text{DS 17} = (3.2, \underline{2.3}, 1.2) \times (2.1, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$\text{DS 18} = (3.2, \underline{2.3}, 1.3) \times (3.1, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

2.3.3. Struktur $S = (\blacksquare \square \blacksquare \times \blacksquare \square \blacksquare)$

$$\text{DS 3} = (\underline{3.1}, 2.1, \underline{1.3}) \times (\underline{3.1}, 1.2, \underline{1.3})$$

$$\text{DS 19} = (\underline{3.3}, 2.1, \underline{1.1}) \times (1.1, 1.2, \underline{3.3})$$

$$\text{DS 25} = (\underline{3.3}, 2.3, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, 3.2, \underline{3.3})$$

2.4. 3-seitige Objektabhängigkeit

2.4.1. Struktur $\times(\blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \blacksquare)$

$$\text{DS 6} = (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) \times (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3})$$

2.4.2. Struktur $\times(\blacksquare \blacksquare \blacksquare) \neq (\blacksquare \blacksquare \blacksquare)$

$$\text{DS 16} = (\underline{3.2}, \underline{2.3}, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$\text{DS 20} = (\underline{3.3}, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \times (\underline{2.1}, \underline{1.2}, \underline{3.3})$$

$$\text{DS 22} = (\underline{3.3}, \underline{2.2}, \underline{1.1}) \times (\underline{1.1}, \underline{2.2}, \underline{3.3})$$

Literatur

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Die PC-Relation bei semiotischen Dualsystemen

1. Die in Toth (2015) eingeführte Possessivitäts-Copossessivitäts-Relation (PC-Relation) ist bekanntlich nicht-bijektiv auf die triadische ontische Relation der Lagerrelationen abbildbar

		ontisch	semiotisch
Copossession	←	exessiv	iconisch (2.1)
Possession	⎵	adessiv	indexikalisch (2.2)
		inessiv	symbolisch (2.3)

2. Die PC-Relation ist, jedoch, wie im folgenden gezeigt wird, bijektiv auf das Schema der semiotischen Dualsysteme abbildbar, wie es von Bense (1981, S. 99 ff.) eingeführt worden war

$$\times(\text{ZTh}) = \text{RTh}.$$

ZTh bezeichnet nämlich den Subjektpol und ihre dual korrdinierte Realitätsthematik den Objektpol dieser verdoppelten Zeichen-Realitätsthematisierung.

Während also die allgemeine Form der Subzeichenrelation von ZTh

$$\text{ZTh} = (3.x, 2.y, 1.z)$$

ist, ist die allgemeine Form der Subzeichenrelation von Rth

$$\text{RTh} = (x.3, y.2, z.1),$$

d.h. wir haben die von Bense (1981, S. 17 ff.) als Primzeichen eingeführten Zeichenzahlen in triadische der Form

$$\text{P}_{td} = (x.)$$

und in trichotomische der Form

$$\text{P}_{td} = (.x)$$

(mit $x \in \{1, 2, 3\}$) zu teilen. Nun ist P_{td} eine possessive Relation, indem sie die Trichotomien "bindet", und folglich ist, vermöge Dualität, P_{tt} eine copossessive

Relation, indem sie an die Triaden "gebunden" wird. In diesem Fall liegt also 2-seitige Objektabhängigkeit zwischen P_{td} und P_{tt} vor, obwohl die Abbildungsrelation zwischen beiden iconisch, indexikalisch oder symbolisch sein kann. Damit ist das semiotische Dualitätsschema $RTh = \times(ZTh)$ also eine PC-Relation.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Possessivität und Copossessivität von Objekten und Zeichen I-II.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Partizipationsrelationen in semiotischen Dualsystemen

1. Partizipationsrelationen hatten wir bislang lediglich innerhalb der Isomorphie von Objekt und Zeichen, d.h. bei der Metaobjektivierung

$$\mu: \Omega \rightarrow Z$$

untersucht (vgl. z.B. Toth 2015). Diese offenbar auf Ontik und Semiotik beschränkte Art von Relationen existieren jedoch, wie im folgenden gezeigt werden soll, auch bei semiotischen Dualsystemen, denn unter diesen gibt es keine Zeichenthematik, die nicht in mindestens einer Subrelation mit ihrer zugehörigen Realitätsthematik zusammenhängt, et vice versa. Da durch die Dualisationsoperation ja Triaden und Trichotomien vertauscht werden, kann man die nicht-leeren Schnittmengen zwischen Zeichen- und Realitätsthematiken dadurch deuten, daß die Subrelationen, die beiden Teilen eines semiotischen Dualsystems gemeinsam sind, aus der Realitätsthematik in die Zeichenthematik, bzw. umgekehrt, verschoben werden, so daß also diese internen Zeichenzusammenhänge partizipativ fungieren.

2. Partizipationsrelationen bei den 10 semiotischen Dualsystemen

$$\text{DS 1} = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

$$\rightarrow [\quad \quad \quad 1.1 \quad \quad \quad 1.2 \quad 1.3]$$

$$\text{DS 2} = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

$$\rightarrow [\quad 2.1, 1.2 \quad \quad \quad 1.3]$$

$$\text{DS 3} = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

$$\rightarrow [3.1, \quad \quad 1.3 \quad \quad \quad 1.2, \quad]$$

$$\text{DS 4} = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

$$\rightarrow [\quad 2.2 \quad \quad \quad 2.1 \quad \quad 1.3]$$

$$\text{DS 5} = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$$\rightarrow [3.1, 2.2, 1.3]$$

$$\text{DS 6} = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

$$\rightarrow [3.1, \quad 1.3 \quad \quad \quad 3.2 \quad]$$

$$\text{DS 7} = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$$\rightarrow [\quad 2.2, \quad \quad \quad 2.1 \quad \quad 2.3]$$

$$\text{DS 8} = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$$\rightarrow [\quad 2.2, \quad \quad \quad 3.1 \quad \quad 2.3]$$

$$\text{DS 9} = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

$$\rightarrow [3.2, 2.3, \quad \quad \quad 3.1 \quad \quad]$$

$$\text{DS 10} = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

$$\rightarrow [3.3, \quad \quad \quad 3.1, \quad 3.2 \quad]$$

Literatur

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ränder und Grenzen in semiotischen Dualsystemen

1. In Toth (2015) waren ontische Grenzen als Teilmengen von ontischen Rändern definiert worden

$$G \subset R.$$

Für Ränder gelten ferner folgende zwei Möglichkeiten

$$R[A, B] = R[B, A] = \emptyset$$

$$R[A, B] \neq R[B, A] \neq \emptyset.$$

Anders als in der Ontik sind jedoch in der Semiotik Grenzen innerhalb von Rändern in eindeutiger Weise bestimmbar, und zwar vermöge der semiotischen Inklusion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 42).

2. Damit können wir semiotische Grenzen und Ränder für alle 10 peirce-benseschen Dualsysteme bestimmen. Man beachte, daß es die beiden Haupttypen $G = R$ und $G \neq R$ und beim ersteren Typ nur ein Dualsystem gibt, das die Kardinalität 3 besitzt, nämlich die bekannte eigenreale, d.h. dualidentische Zeichen-Realitäts-Thematik (vgl. Bense 1992). Es gibt hingegen für $G = R$ kein Dualsystem mit Kardinalität 2, nur mit Kardinalität 1, und im Falle des zweiten Typus nur Dualsysteme mit Kardinalität 2.

$$DS 1 = \quad (3.1 \quad 2.1 \quad \underline{1.1}) \times \quad (\underline{1.1} \quad 1.2 \quad 1.3)$$

$$G = R = (1.1)$$

$$DS 2 = \quad (3.1 \quad \underline{2.1} \quad \underline{1.2}) \times \quad (\underline{2.1} \quad \underline{1.2} \quad 1.3)$$

$$G \subset R = (1.2 \subset 2.1)$$

$$DS 3 = \quad (\underline{3.1} \quad 2.1 \quad \underline{1.3}) \times \quad (\underline{3.1} \quad 1.2 \quad \underline{1.3})$$

$$G \subset R = (1.3 \subset 3.1)$$

$$DS 4 = \quad (3.1 \quad \underline{2.2} \quad 1.2) \times \quad (2.1 \quad \underline{2.2} \quad 1.3)$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 5} = (\underline{3.1} \ \underline{2.2} \ \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \ \underline{2.2} \ \underline{1.3})$$

$$G = R = (3.1, 2.2, 1.3)$$

$$\text{DS 6} = (\underline{3.1} \ 2.3 \ \underline{1.3}) \times (\underline{3.1} \ 3.2 \ \underline{1.3})$$

$$G \subset R = (1.3 \subset 3.1)$$

$$\text{DS 7} = (3.2 \ \underline{2.2} \ 1.2) \times (2.1 \ \underline{2.2} \ 2.3)$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 8} = (3.2 \ \underline{2.2} \ 1.3) \times (3.1 \ \underline{2.2} \ 2.3)$$

$$G = R = (2.2)$$

$$\text{DS 9} = (\underline{3.2} \ \underline{2.3} \ 1.3) \times (3.1 \ \underline{3.2} \ \underline{2.3})$$

$$G \subset R = (2.3 \subset 3.2)$$

$$\text{DS 10} = (\underline{3.3} \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ \underline{3.3})$$

$$G = R = (3.3)$$

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

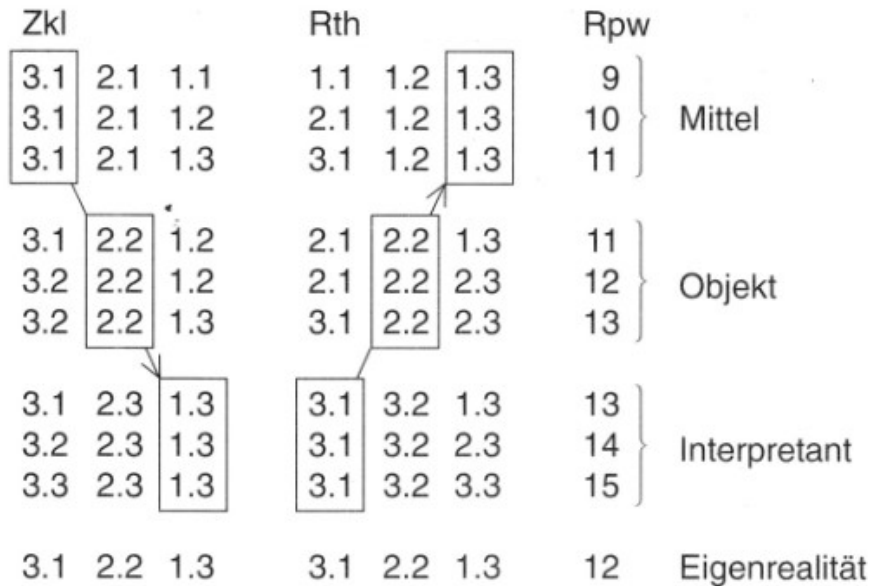
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Rand einer Grenze und Grenze eines Randes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotische Abhängigkeit von Dualsystemen

1. Bekanntlich stellt innerhalb der Ontik die Objektabhängigkeit eine Invariante dar und kann in dreifacher Gradation, d.h. 0-seitig, 1-seitig oder 2-seitig für jedes Paar von Objekten innerhalb eines n-tupels auftreten (vgl. Toth 2012). Innerhalb der Semiotik hingegen gehört Abhängigkeit nicht zum Katalog der von Bense bestimmten semiotischen Invarianten (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.). In Toth (2015) hatten wir bereits semiotische Abhängigkeit von Subzeichen untersucht und waren zum Schluß gekommen, daß es nur 2-, 3- und 4-seitige Abhängigkeit gibt, sofern man diagonale Semiosen ausschließt.

2. Für das sog. peircesche Zehnersystem, das besser als bensesches Zehnersystem bezeichnet werden sollte, da die numerische Einführung der Primzeichenrelation auf Bense zurückgeht, ist es bekanntlich so, daß innerhalb des mathematischen Verbandes alle 10 semiotischen Dualsysteme, d.h. also sowohl die Zeichenklassen als auch ihre dualen Realitätsthematiken, in mindestens einem und maximal zwei Subzeichen paarweise miteinander zusammenhängen. Da diese Subzeichen Teilrelationen der eigenrealen, d.h. dualinvarianten Zeichenklasse/Realitätsthematik sind, spricht Bense im Anschluß an Walther vom Zehnersystem als einem determinantensymmetrischen Dualitätssystem, vgl. die folgende Darstellung aus Bense (1992, S. 76).



3. Sobald jedoch Paare von Zeichenklassen aus diesem Verband herausgelöst werden, kann man zwischen 0-seitiger, 1-seitiger, 2-seitiger und 3-seitiger semiotischer Abhängigkeit unterscheiden. Es gibt somit im Gegensatz zur Ontik ein 4-stufiges und kein 3-stufiges Gradationssystem von semiotischer Abhängigkeit.

3.1. Beispiele für 0-seitige semiotische Abhängigkeit

$(3.1, 2.1, 1.1)$ $(3.2, 2.2, 1.2)$ $(3.1, 2.1, 1.1)$
 $(3.2, 2.2, 1.2)$ $(3.3, 2.3, 1.3)$ $(3.3, 2.3, 1.3)$

3.2. Beispiele für 1-seitige semiotische Abhängigkeit

$(3.1, 2.1, 1.1)$ $(3.1, 2.1, 1.2)$ $(3.1, 2.1, 1.3)$
 $(3.1, 2.2, 1.2)$ $(3.1, 2.2, 1.3)$ $(3.1, 2.2, 1.2)$

3.3. Beispiele für 2-seitige semiotische Abhängigkeit

$(3.1, 2.1, 1.1)$ $(3.1, 2.1, 1.2)$ $(3.1, 2.1, 1.1)$
 $(3.1, 2.1, 1.2)$ $(3.1, 2.1, 1.3)$ $(3.1, 2.1, 1.3)$

3.4. Beispiele für 3-seitige semiotische Abhängigkeit

Hier gibt es nur den Fall der semiotischen Selbstabhängigkeit, der formal direkt aus der Eigenschaft der Dualinvarianz der Eigenrealität folgt

(3.1, 2.2, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.3).

Nimmt man neben dieser die Nebendiagonale der Kleinen Matrix bildenden Zeichenklasse auch die Zeichenrelation, welche deren Hauptdiagonale bildet, hinzu, ergibt sich ferner

(3.3, 2.2, 1.1)

(3.3, 2.2, 1.1),

d.h. die von Bense (1992) so genannte Kategorienklasse.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Semiotische Objekte und semiotische Subjekte in PR/RP-Dualsystemen

1. Zur Abkürzung verwenden wir PR/RP für präsentativ-repräsentative bzw. repräsentative-präsentative Dualsysteme (vgl. Toth 2015a). Mit Hilfe der in der referierten Studie bijektiv auf $R = (\Omega, Z, \Sigma)$ abgebildeten 10 semiotischen Dualsysteme (die natürlich rein repräsentativ sind), kann man erstmals in der Geschichte der Ontik nicht nur die bereits in Toth (2008) in Zeichenobjekte und Objektzeichen differenzierten semiotischen Objekte (vgl. Bense/Walther 1973, S. 70 f.), sondern auch die in Toth (2015b) erstmals definierten semiotischen Subjekte (Zeichensubjekte und Subjektzeichen) formal exakt bestimmen.

2. PR/RP-Dualsysteme mit semiotischen Objekten

2.1. Mit Zeichenobjekten

- (1) $(\Sigma.Z, \Omega.Z, Z.Z) \times (Z.Z, \underline{Z.\Omega}, Z.\Sigma)$
- (2) $(\Sigma.Z, \Omega.Z, \underline{Z.\Omega}) \times (\Omega.Z, \underline{Z.\Omega}, Z.\Sigma)$
- (3) $(\Sigma.Z, \Omega.Z, Z.\Sigma) \times (\Sigma.Z, \underline{Z.\Omega}, Z.\Sigma)$
- (4) $(\Sigma.Z, \Omega.\Omega, \underline{Z.\Omega}) \times (\Omega.Z, \Omega.\Omega, Z.\Sigma)$
- (7) $(\Sigma.\Omega, \Omega.\Omega, \underline{Z.\Omega}) \times (\Omega.Z, \Omega.\Omega, \Omega.\Sigma)$

2.2. Mit Objektzeichen

- (1) $(\Sigma.Z, \underline{\Omega.Z}, Z.Z) \times (Z.Z, Z.\Omega, Z.\Sigma)$
- (2) $(\Sigma.Z, \underline{\Omega.Z}, Z.\Omega) \times (\underline{\Omega.Z}, Z.\Omega, Z.\Sigma)$
- (3) $(\Sigma.Z, \underline{\Omega.Z}, Z.\Sigma) \times (\Sigma.Z, Z.\Omega, Z.\Sigma)$
- (4) $(\Sigma.Z, \Omega.\Omega, Z.\Omega) \times (\underline{\Omega.Z}, \Omega.\Omega, Z.\Sigma)$
- (7) $(\Sigma.\Omega, \Omega.\Omega, Z.\Omega) \times (\underline{\Omega.Z}, \Omega.\Omega, \Omega.\Sigma)$

3. PR/RP-Dualsysteme mit semiotischen Subjekten

3.1. Mit Zeichensubjekten

- (1) $(\Sigma.Z, \Omega.Z, Z.Z) \times (Z.Z, Z.\Omega, \underline{Z.\Sigma})$
- (2) $(\Sigma.Z, \Omega.Z, Z.\Omega) \times (\Omega.Z, Z.\Omega, \underline{Z.\Sigma})$
- (3) $(\Sigma.Z, \Omega.Z, \underline{Z.\Sigma}) \times (\Sigma.Z, Z.\Omega, \underline{Z.\Sigma})$
- (4) $(\Sigma.Z, \Omega.\Omega, Z.\Omega) \times (\Omega.Z, \Omega.\Omega, \underline{Z.\Sigma})$
- (5) $(\Sigma.Z, \Omega.\Omega, \underline{Z.\Sigma}) \times (\Sigma.Z, \Omega.\Omega, \underline{Z.\Sigma})$
- (6) $(\Sigma.Z, \Omega.\Sigma, \underline{Z.\Sigma}) \times (\Sigma.Z, \Sigma.\Omega, \underline{Z.\Sigma})$
- (8) $(\Sigma.\Omega, \Omega.\Omega, \underline{Z.\Sigma}) \times (\Sigma.Z, \Omega.\Omega, \Omega.\Sigma)$
- (9) $(\Sigma.\Omega, \Omega.\Sigma, \underline{Z.\Sigma}) \times (\Sigma.Z, \Sigma.\Omega, \Omega.\Sigma)$
- (10) $(\Sigma.\Sigma, \Omega.\Sigma, \underline{Z.\Sigma}) \times (\Sigma.Z, \Sigma.\Omega, \Sigma.\Sigma)$

3.2. Mit Subjektzeichen

- (1) $(\underline{\Sigma.Z}, \Omega.Z, Z.Z) \times (Z.Z, Z.\Omega, Z.\Sigma)$
- (2) $(\underline{\Sigma.Z}, \Omega.Z, Z.\Omega) \times (\Omega.Z, Z.\Omega, Z.\Sigma)$
- (3) $(\underline{\Sigma.Z}, \Omega.Z, Z.\Sigma) \times (\underline{\Sigma.Z}, Z.\Omega, Z.\Sigma)$
- (4) $(\underline{\Sigma.Z}, \Omega.\Omega, Z.\Omega) \times (\Omega.Z, \Omega.\Omega, Z.\Sigma)$
- (5) $(\underline{\Sigma.Z}, \Omega.\Omega, Z.\Sigma) \times (\underline{\Sigma.Z}, \Omega.\Omega, Z.\Sigma)$
- (6) $(\underline{\Sigma.Z}, \Omega.\Sigma, Z.\Sigma) \times (\underline{\Sigma.Z}, \Sigma.\Omega, Z.\Sigma)$
- (8) $(\Sigma.\Omega, \Omega.\Omega, Z.\Sigma) \times (\underline{\Sigma.Z}, \Omega.\Omega, \Omega.\Sigma)$
- (9) $(\Sigma.\Omega, \Omega.\Sigma, Z.\Sigma) \times (\underline{\Sigma.Z}, \Sigma.\Omega, \Omega.\Sigma)$
- (10) $(\Sigma.\Sigma, \Omega.\Sigma, Z.\Sigma) \times (\underline{\Sigma.Z}, \Sigma.\Omega, \Sigma.\Sigma)$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Präsentative Repräsentationsklassen und repräsentative Präsentationsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Objekte und semiotische Subjekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Transformation des semiotischen Dualsystems in R*-Relationen

1. Innerhalb der in Toth (2015a) eingeführten R*-Relation

$R^* = (\text{Adessivität, Adjazenz, Exessivität})$

wurden in Toth (2015b) folgende Isomorphismen zwischen R^* und der von Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Primzeichen-Relation festgestellt

R^*	Primzeichen
Ad	2
Adj	1
Ex	3

2. Man kann daher die 10 semiotischen Dualsysteme

DS 1 = (3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)

DS 2 = (3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)

DS 3 = (3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)

DS 4 = (3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)

DS 5 = (3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)

DS 6 = (3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)

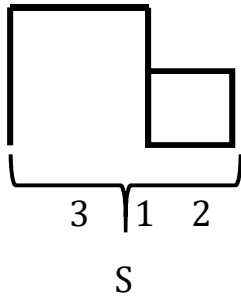
DS 7 = (3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)

DS 8 = (3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)

DS 9 = (3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)

DS 10 = (3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)

gemäß den drei ontisch-semiotischen Teilisomorphismen in R^* -Dualsysteme transformieren und somit die R^* zugrunde liegende ontotopologische Struktur (vgl. Toth 2015c)



bei semiotischen Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematik nachweisen. Das bedeutet also nicht mehr und nicht weniger als einen formal exakten Zugang zu der von Bense (1979, S. 43) als "Mitführung" bezeichneten Operation, welche beschreibt, auf welche kategorialen Weisen Objekte in den sie bezeichnenden Zeichen mitgeführt werden

DS 1 =	(Ex.Adj, Ad.Adj, Adj.Adj)	×	(Adj.Adj, Adj.Ad, Adj.Ex)
DS 2 =	(Ex.Adj, Ad.Adj, Adj.Ad)	×	(Ad.Adj, Adj.Ad, Adj.Ex)
DS 3 =	(Ex.Adj, Ad.Adj, Adj.Ex)	×	(Ex.Adj, Adj.Ad, Adj.Ex)
DS 4 =	(Ex.Adj, Ad.Ad, Adj.Ad)	×	(Ad.Adj, Ad.Ad, Adj.Ex)
DS 5 =	(Ex.Adj, Ad.Ad, Adj.Ex)	×	(Ex.Adj, Ad.Ad, Adj.Ex)
DS 6 =	(Ex.Adj, Ad.Ex, Adj.Ex)	×	(Ex.Adj, Ex.Ad, Adj.Ex)
DS 7 =	(Ex.Ad, Ad.Ad, Adj.Ad)	×	(Ad.Adj, Ad.Ad, Ad.Ex)
DS 8 =	(Ex.Ad, Ad.Ad, Adj.Ex)	×	(Ex.Adj, Ad.Ad, Ad.Ex)
DS 9 =	(Ex.Ad, Ad.Ex, Adj.Ex)	×	(Ex.Adj, Ex.Ad, Ad.Ex)
DS 10 =	(Ex.Ex, Ad.Ex, Adj.Ex)	×	(Ex.Adj, Ex.Ad, Ex.Ex).

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Adessivität, Adjazenz und Exessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Definition der R^* -Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Eine tetradische kategorial heterogene ontische Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Notation semiotischer Dualsysteme mit qualitativen Morphismen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2016) für die Raumsemiotik eingeführten qualitativen Arithmetik sowie dem folgenden vollständigen System aller $3^3 = 27$ über der allgemeinen Form von semiotischen Dualsystemen

$$DS = [3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]$$

mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

konstruierbaren triadischen Relationen. Man beachte, daß hier die Ordnung $x \preceq y \preceq z$,

durch welche die "regulären" zehn peirce-benseschen Zeichenklassen aus der Gesamtmenge der semiotischen Relationen herausgefiltert werden, nicht verlangt wird.

$$DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 4 = [3.1, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 7 = [3.1, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 8 = [3.1, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 10 = [3.2, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 11 = [3.2, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 12 = [3.2, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 2.3]$$

$$\text{DS 13} = [3.2, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 14} = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 15} = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 16} = [3.2, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 17} = [3.2, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 18} = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 19} = [3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 20} = [3.3, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 212} = [3.3, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 223} = [3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 23} = [3.3, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 24} = [3.3, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 25} = [3.3, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 26} = [3.3, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 27} = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

2. Im folgenden benutzen wir die drei qualitativen Zählweisen, d.h. die adjazente, subjazente und transjazente, um die "regulären" Dualsysteme innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix darzustellen. Da in semiotischen Dualsystemen nur die x, y und z variabel sind, ergibt sich eine maximal redundanzfreie Notation jedes Dualsystems mit Hilfe von qualitativen Morphismen. Als Zeichen für adjazente Abbildungen wird " \rightarrow ", als Zeichen für subjazente Abbildungen wird " \uparrow ", und als Zeichen für transjazente Abbildungen wird " \nearrow " verwendet.

$$2.1. DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

1.1	\emptyset	\emptyset		1.1	1.2	1.3
2.1	\emptyset	\emptyset	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS 1 = [.1\uparrow] \times [1.\rightarrow]$$

$$2.2. DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

\emptyset	1.2	\emptyset		\emptyset	1.2	1.3
2.1	\emptyset	\emptyset	\times	2.1	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS 2 = [.1\uparrow, .2\uparrow] \times [2.\nearrow, 1.\rightarrow]$$

$$2.3. DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	1.2	1.3
2.1	\emptyset	\emptyset	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		3.1	\emptyset	\emptyset

$$DS 3 = [.1\uparrow, .3\uparrow] \times [3.\nearrow, 1.\rightarrow]$$

$$2.4. DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

\emptyset	1.2	\emptyset		\emptyset	\emptyset	1.3
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	2.1	2.2	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS 5 = [.1\uparrow, .2\uparrow] \times [2.\rightarrow, 1.\nearrow]$$

$$2.5. DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	1.3
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	\emptyset	2.2	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		3.1	\emptyset	\emptyset

$$\text{DS 6} = [.1\swarrow, .2\swarrow] \times [3.\swarrow, 2.\swarrow]$$

$$2.6. \text{DS 9} = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	1.3
\emptyset	\emptyset	2.3	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		3.1	3.2	\emptyset

$$\text{DS 9} = [.1\swarrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 1.\swarrow]$$

$$2.7. \text{DS 14} = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

\emptyset	1.2	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	2.1	2.2	2.3
\emptyset	3.2	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$\text{DS 14} = [.2\uparrow] \times [2.\rightarrow]$$

$$2.8. \text{DS 15} = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	\emptyset	2.2	2.3
\emptyset	3.2	\emptyset		3.1	\emptyset	\emptyset

$$\text{DS 15} = [.2\uparrow, .3\swarrow] \times [3.\swarrow, 2.\rightarrow]$$

$$2.9. \text{DS 18} = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	\emptyset	2.3	\times	\emptyset	\emptyset	2.3
\emptyset	3.2	\emptyset		3.1	3.2	\emptyset

$$\text{DS 18} = [.2\swarrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 2.\swarrow]$$

$$2.10. \text{DS 27} = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	\emptyset	2.3	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	\emptyset	3.3		3.1	3.2	3.3

$$DS\ 27 = [.3\uparrow] \times [3.\rightarrow]$$

Man beachte also, daß einzig die Notation in qualitativen Morphismen des selbstdualen semiotischen Systems (vgl. dazu Bense 1992) nicht-symmetrisch ist, während sie, in quantitativen Morphismen dargestellt, natürlich symmetrisch ist, denn es ist ja

$$\times[3.1, 2.2, 1.3] = [3.1, 2.3, 1.3] =$$

$$\times[\alpha^\circ\beta^\circ, id_2, \beta\alpha] = [\alpha^\circ\beta^\circ, id_2, \beta\alpha].$$

Der Grund dafür liegt natürlich darin, daß Identität eine rein quantitative Hypostase ist, d.h. qualitativ nicht vorkommt, es sei denn als Selbstidentität. Dies ist aber bei vorausgesetzter Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt unmöglich, es sei denn, mit der Differenz beider falle die Semiotik in sich zusammen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1992

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Ontisch-semiotische R*-Isomorphie in kommunikationstheoretischen Dualsystemen

1. Wie in Toth (2015a, b) gezeigt worden war, ist die Relation $R^* = [Ad, Adj, Ex]$, welche dem Rand zwischen einem System und seiner Umgebung einen eigenen kategorialen Status zuerkennt, isomorph zu der von Bense (1971, S. 33) definierten kommunikativen Ordnung der semiotischen Relation $K = [.2., .1., .3.]$. Um die ontisch-semiotische R*-Isomorphie zwischen den Zeichen- und den Realitätsthematiken der Kommunikationsrelationen zu bestimmen, müssen wir also zuerst die semiotischen Dualsysteme in die kommunikationstheoretische Ordnung bringen. Zur Vereinfachung bringen wir sie in die Ordnung K^{-1}

KR 1	=	[3.1, <u>1.1</u> , 2.1]	×	[1.2, <u>1.1</u> , 1.3]
KR 2	=	[3.1, <u>1.2</u> , <u>2.1</u>]	×	[<u>1.2</u> , <u>2.1</u> , 1.3]
KR 3	=	[<u>3.1</u> , <u>1.3</u> , 2.1]	×	[1.2, <u>3.1</u> , <u>1.3</u>]
KR 4	=	[3.1, 1.2, <u>2.2</u>]	×	[<u>2.2</u> , 2.1, 1.3]
KR 5	=	[<u>3.1</u> , <u>1.3</u> , <u>2.2</u>]	×	[<u>2.2</u> , <u>3.1</u> , <u>1.3</u>]
KR 6	=	[<u>3.1</u> , <u>1.3</u> , 2.3]	×	[3.2, <u>3.1</u> , <u>1.3</u>]
KR 7	=	[3.2, 1.2, <u>2.2</u>]	×	[<u>2.2</u> , 2.1, 2.3]
KR 8	=	[3.2, 1.3, <u>2.2</u>]	×	[<u>2.2</u> , 3.1, 2.3]
KR 9	=	[<u>3.2</u> , 1.3, <u>2.3</u>]	×	[<u>3.2</u> , 3.1, <u>2.3</u>]
KR 10	=	[<u>3.3</u> , 1.3, 2.3]	×	[3.2, 3.1, <u>3.3</u>].

2. Wie man erkennt, gibt es nicht-leere Ränder in den K^{-1} -Dualsystemen nur in den folgenden 6 dualen Relationen

$$\begin{aligned}
\text{KR 2} &= [3.1, \underline{1.2}, \underline{2.1}] \times [\underline{1.2}, \underline{2.1}, 1.3] & \text{R}^*\text{-Rand} &= (2.1) \\
\text{KR 4} &= [3.1, 1.2, \underline{2.2}] \times [\underline{2.2}, 2.1, 1.3] & \text{R}^*\text{-Rand} &= (2.2) \\
\text{KR 5} &= [\underline{3.1}, \underline{1.3}, \underline{2.2}] \times [\underline{2.2}, \underline{3.1}, \underline{1.3}] & \text{R}^*\text{-Rand} &= (2.2) \\
\text{KR 7} &= [3.2, 1.2, \underline{2.2}] \times [\underline{2.2}, 2.1, 2.3] & \text{R}^*\text{-Rand} &= (2.2) \\
\text{KR 8} &= [3.2, 1.3, \underline{2.2}] \times [\underline{2.2}, 3.1, 2.3] & \text{R}^*\text{-Rand} &= (2.2) \\
\text{KR 9} &= [\underline{3.2}, 1.3, \underline{2.3}] \times [\underline{3.2}, 3.1, \underline{2.3}] & \text{R}^*\text{-Rand} &= (2.3),
\end{aligned}$$

so daß wir also nur einen Typ von (2.1)-Rändern und einen Typen von (2.3) finden, denen vier Typen von (2.2)-Rändern gegenüberstehen. Aus der Isomorphie zwischen den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen-Zahlen und den R*-Subrelationen

- .1. \cong Adj
- .2. \cong Ad
- .3. \cong Ex

folgt nun in Übereinstimmung mit der von Bense definierten raumsemiotischen Subrelationen des vollständigen semiotischen Objektbezuges (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) die Isomorphie der raumsemiotischen Teilrelationen und der R*-Subrelationen

- 2.1 \cong Ex
- 2.2 \cong Adj
- 2.3 \cong Ad,

denn die Adjazenz im Sinne des Randes zwischen Außen und Innen relativ zu einem System ist indexikalisch, das System selbst fungiert iconisch, und die Umgebung des Systems ist symbolisch repräsentiert. Betrachtet man die nicht-leeren Ränder in den K⁻¹-Dualsystemen vom Standpunkt dieser Isomorphie, stellt man fest, daß im Falle von Adj \cong (2.2) in allen vier Fällen ein Confinium besteht, nicht aber im Falle von Ex \cong (2.1) und von Ad \cong (2.3)

$$\text{KR 2} = [3.1, \underline{1.2}, \underline{2.1}] \times [\underline{1.2}, \underline{2.1}, 1.3]$$



$$\text{KR 9} = [\underline{3.2}, 1.3, \underline{2.3}] \times [\underline{3.2}, 3.1, \underline{2.3}]$$



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Adessivität, Adjazenz und Exessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Isomorphie der R^* -Relation und der Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ontische Modelle für raumsemiotische Dualsysteme

1. Es dürfte jedem mit der Semiotik Vertrauten bekannt sein, daß sich die von Bense inaugurierte Raumsemiotik ausschließlich auf den Objektbezug des Zeichens gründet (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80). Systeme werden iconisch, Abbildungen indexikalisch und Repertoires symbolisch definiert

(2.1) Systeme (Sys)

(2.2) Abbildungen (Abb)

(2.3) Repertoires (Rep)

Damit ist die Raumsemiotik aber natürlich sowohl hinsichtlich des Mittel- als auch des Interpretantenbezugs der peirceschen Zeichenrelation undefiniert. In Sonderheit stellt sich die Frage, wie man das raumsemiotische Zeichen als vollständige triadische Relation definiert. In Toth (2016a) hatten wir den raumsemiotischen Mittelbezug durch

(1.1) Materialität (Mat)

(1.2) Objektalität (Obj)

(1.3) Räumlichkeit (Räu)

kategorisiert, und in Toth (2016b) hatten wir den den raumsemiotischen Interpretantenbezug durch

(3.1) $S^* = S$

(3.2) $S^* = [S, U]$

(3.3) $S^* = [S, U, E]$

kategorisiert.

2. Damit hatten wir in Toth (2016c) die vollständige raumsemiotische Matrix, basierend auf den folgenden semiotisch-ontischen Isomorphismen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} \text{Mat} & \text{Obj} & \text{Räu} \\ \text{Sys} & \text{Abb} & \text{Rep} \\ \text{S} & [\text{S}, \text{U}] & [\text{S}, \text{U}, \text{E}] \end{pmatrix},$$

bekommen. Da es für ontische Kategorien keine trichotomischen Restriktionen gibt, kann man also nicht nur 10, sondern $3^3 = 27$ ontische Dualsysteme erzeugen, die mit der Gesamtzahl der über $Z = (3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ konstruierbaren 27 semiotischen Dualsysteme isomorph sind.

2.1. Ontische Dualsysteme

2.1.1. S-Dualsysteme

DS(1)	=	S	Sys	Mat	×	Mat	Obj	Räu
DS(2)	=	S	Sys	Obj	×	Sys	Obj	Räu
DS(3)	=	S	Sys	Räu	×	S	Obj	Räu
DS(4)	=	S	Abb	Mat	×	Mat	Abb	Räu
DS(5)	=	S	Abb	Obj	×	Sys	Abb	Räu
DS(6)	=	S	Abb	Räu	×	S	Abb	Räu
DS(7)	=	S	Rep	Mat	×	Mat	[S, U]	Räu
DS(8)	=	S	Rep	Obj	×	Sys	[S, U]	Räu
DS(9)	=	S	Rep	Räu	×	S	[S, U]	Räu

2.1.2. [S, U]-Dualsysteme

DS(10)	=	[S, U]	Sys	Mat	×	Mat	Obj	Rep
DS(11)	=	[S, U]	Sys	Obj	×	Sys	Obj	Rep
DS(12)	=	[S, U]	Sys	Räu	×	S	Obj	Rep
DS(13)	=	[S, U]	Abb	Mat	×	Mat	Abb	Rep
DS(14)	=	[S, U]	Abb	Obj	×	Sys	Abb	Rep

- DS(15) = [S, U] Abb Räu × S Abb Rep
 DS(16) = [S, U] Rep Mat × Mat [S, U] Rep
 DS(17) = [S, U] Rep Obj × Sys [S, U] Rep
 DS(18) = [S, U] Rep Räu × S [S, U] Rep

2.1.3. [S, U, E]-Dualsysteme

- DS(19) = [S, U, E] Sys Mat × Mat Obj [S, U, E]
 DS(20) = [S, U, E] Sys Obj × Sys Obj [S, U, E]
 DS(21) = [S, U, E] Sys Räu × S Obj [S, U, E]
 DS(22) = [S, U, E] Abb Mat × Mat Abb [S, U, E]
 DS(23) = [S, U, E] Abb Obj × Sys Abb [S, U, E]
 DS(24) = [S, U, E] Abb Räu × S Abb [S, U, E]
 DS(25) = [S, U, E] Rep Mat × Mat [S, U] [S, U, E]
 DS(26) = [S, U, E] Rep Obj × Sys [S, U] [S, U, E]
 DS(27) = [S, U, E] Rep Räu × S [S, U] [S, U, E].

3. Im folgenden präsentieren wir ontische Modelle für S-Dualsysteme.

3.1.1. Ontische Definition von DS(1)

$$DS(1) = S \quad Sys \quad Mat \quad \times \quad Mat \quad Obj \quad Räu$$

3.1.2. Ontisches Modell für DS(1)



Rue Pierre Picard, Paris

3.2.1. Ontische Definition von DS(2)

$$DS(2) = S \text{ Sys Obj} \times \text{Sys Obj Räu}$$

3.2.2. Ontisches Modell für DS(2)



Rue Cuvier, Paris

3.3.1. Ontische Definition von DS(3)

$$DS(3) = S \text{ Sys Räu} \times S \text{ Obj Räu}$$

3.3.2. Ontisches Modell für DS(3)



Impasse Oudinot, Paris

3.4.1. Ontische Definition von DS(4)

$$DS(4) = S \text{ Abb Mat} \times \text{Mat Abb Räu}$$

3.4.2. Ontisches Modell für DS(4)



Rue de Lancry, Paris

3.5.1. Ontische Definition von DS(5)

$$DS(5) = S \text{ Abb Obj} \times \text{Sys Abb Räu}$$

3.5.2. Ontisches Modell für DS(5)



Rue Notre Dame de Nazareth, Paris

3.6.1. Ontische Definition von DS(6)

$$DS(6) = S \text{ Abb Räu} \times S \text{ Abb Räu}$$

3.6.2. Ontisches Modell für DS(6)



Rue d'Ave Maria, Paris

3.7.1. Ontische Definition von DS(7)

$$DS(7) = S \text{ Rep Mat} \times \text{Mat} [S, U] \text{ Räu}$$

3.7.2. Ontisches Modell für DS(7)



Rue Borda, Paris

3.8.1. Ontische Definition von DS(8)

$$DS(8) = S \text{ Rep Obj} \times \text{Sys} [S, U] \text{ Räu}$$

3.8.2. Ontisches Modell für DS(8)



Rue du Capitaine Ferber, Paris

3.9.1. Ontische Definition von DS(9)

$DS(9) = S \text{ Rep } R\ddot{a}u \times S [S, U] R\ddot{a}u$

3.9.2. Ontisches Modell für DS(9)



Rue des Haies, Paris

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Der raumsemiotische Mittelbezug. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Der raumsemiotische Interpretantenbezug. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Die raumsemiotische Matrix. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2016c

Distribution der Strukturen von Nullstellen in semiotischen Dualsystemen

1. Bekanntlich ist das dualsymmetrische, durch die Eigenrealitätsklasse determinierte sog. peirce-bensesche Zehnersystem (vgl. Bense 1992, S. 76) nur ein Ausschnitt aus der Gesamtmenge der über $S = (3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ erzeugbaren $3^3 = 27$ semiotischen Relationen, die, vermöge der bereits durch Bense (1975) eingeführten Dualitätsoperation, in zweifacher Form, nämlich als eine die Subjektposition kodierende Zeichenklasse und eine die Objektposition kodierende Realitätsklasse, aufscheint. Während im semiotischen 10er-System nur die drei Zeichenklassen, deren Realitätsklassen homogene entitatische Realitäten thematisieren, paarweise vollständig Nullstellen aufweisen, d.h.

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset,$$

weisen die $(27 \text{ mal } 26 / 2) = 351$ möglichen Paarrelationen des vollständigen semiotischen 27er-Systems zahlreiche Nullstellen, d.h. semiotische Diskonnektitäten, auf, deren Struktur, Verteilung und semiotische Relevanz bislang überhaupt nicht entdeckt, geschweige denn untersucht worden ist. Im Anschluß an unsere Untersuchungen zu Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen (vgl. Toth 2016) geben im folgenden die Distribution der Strukturen von Nullstellen in semiotischen Dualsystemen für alle 351 Paare wieder.

2.1. Einfache semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{matrix}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{matrix}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & \emptyset & \end{matrix}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{matrix} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & \emptyset & \end{matrix}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{matrix} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{matrix} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(1) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(5) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(11) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(12) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(4) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(5) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(4) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(4) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(17) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(26) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(18) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(27) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(11) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(12) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(13) & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(16) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(19) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(11) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(12) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(14)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(21)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{DS}(23) &= 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& & \emptyset & & & \emptyset & \\
\text{DS}(18) &= 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & & & & & \emptyset \\
\text{DS}(24) &= 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS}(16) &= 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\
&& & \emptyset & & \emptyset & & \\
\text{DS}(17) &= 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS}(16) &= 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\
&& & \emptyset & & \emptyset & & \\
\text{DS}(18) &= 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS}(16) &= 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & & & & & \emptyset \\
\text{DS}(25) &= 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\
\text{DS}(17) &= 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\
&& & \emptyset & & \emptyset & & \\
\text{DS}(18) &= 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(20)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(20)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset
\end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset
\end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

2.2. Doppelte semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\phantom{\text{DS}(1) = } \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(5) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\phantom{\text{DS}(1) = } \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(6) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\phantom{\text{DS}(1) = } \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\phantom{\text{DS}(1) = } \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(9) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\phantom{\text{DS}(1) = } \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(11) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\phantom{\text{DS}(1) = } \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(12) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(14) & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(3) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(5) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(11) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(15) & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{DS(18)} &= 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS(3)} &= 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \\
\text{DS(19)} &= 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\
\text{DS(3)} &= 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \\
\text{DS(20)} &= 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\
\text{DS(3)} &= 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS(24)} &= 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS(3)} &= 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS(27)} &= 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \\
\text{DS(4)} &= 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\
&& & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS(8)} &= 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\
\text{DS(4)} &= 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\
&& & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS(9)} &= 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3
\end{aligned}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\\
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(6)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{DS}(22) &= 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS}(6) &= 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \\
\text{DS}(23) &= 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS}(6) &= 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS}(27) &= 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \\
\text{DS}(7) &= 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS}(10) &= 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\
\text{DS}(7) &= 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS}(13) &= 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\
\text{DS}(7) &= 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \\
\text{DS}(17) &= 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS}(7) &= 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \\
\text{DS}(18) &= 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(19) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(22) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(26) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(27) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(11) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(16) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(9) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(9) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(21)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(21)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\text{DS}(24) &= 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS}(14) &= 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS}(26) &= 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \\
\text{DS}(16) &= 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \\
\text{DS}(17) &= 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \\
\text{DS}(21) &= 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \\
\text{DS}(22) &= 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\
\text{DS}(15) &= 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\
&& \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \\
\text{DS}(23) &= 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(15)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array} \\
\text{DS(27)} = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \\
\text{DS(16)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array} \\
\text{DS(19)} = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array} \\
\text{DS(16)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array} \\
\text{DS(22)} = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array} \\
\text{DS(16)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array} \\
\text{DS(26)} = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \\
\text{DS(16)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array} \\
\text{DS(27)} = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \\
\text{DS(17)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array} \\
\text{DS(20)} = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array} \\
\text{DS(17)} = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}
\end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(17) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(17) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(18) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(18) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(18) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(18) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(25) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(27) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(22) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(23) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(25) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(26) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(22) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset
\end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

2.3. Dreifache semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$\text{DS}(14) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(1) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(2) &= 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(6) &= 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(10) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(6) &= 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(11) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(6) &= 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(6) &= 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(6) &= 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(6) &= 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{matrix} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{matrix} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{matrix} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{matrix} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{matrix} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{matrix} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{matrix} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{matrix} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(9) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(13) &= 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(13) &= 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(13) &= 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(13) &= 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(14) &= 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(14) &= 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(16) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(16) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(16) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(17) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(17) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{aligned} \text{DS}(17) &= 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\ &\quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Monkontexturale und polykontexturale semiotische Dualsysteme

1. Im folgenden wird eine in Kaehr (2009) vorgebrachte Idee, wie man die Zeichenklassen der „Bense-Toth-Semiotik“ (Kaehr) in polykontexturale Systeme einbetten kann, weitergedacht und vervollständigt.

2.1. Monokontexturale semiotische Dualsysteme

Zkl = (3.x, 2.y, 1.z)

2.2. Bikontexturale semiotische Dualsysteme

001	110
((∅.x, ∅.y), 1.z)	((3.x, 2.y), ∅.z)
010	101
(∅.x, 2.y, ∅.z)	(3.x, ∅.y, 1.z)
100	011
(3.x, (∅.y, ∅.z))	(∅.x, (2.y, 1.z))
110	001
((3.x, 2.y), ∅.z)	((∅.x, ∅.y), 1.z)
101	010
(3.x, ∅.y, 1.z)	(∅.x, 2.y, ∅.z)
011	100
(∅.x, (2.y, 1.z))	(3.x, (∅.y, ∅.z))

2.3. Trikontexturale semiotische Dualsysteme

001	010	100
((∅.x, ∅.y), 1.z)	(∅.x, 2.y, ∅.z)	(3.x, (∅.y, ∅.z))

001	100	010
$((\emptyset.x, \emptyset.y), 1.z)$	$(3.x, (\emptyset.y, \emptyset.z))$	$(\emptyset.x, 2.y, \emptyset.z)$
010	001	100
$(\emptyset.x, 2.y, \emptyset.z)$	$((\emptyset.x, \emptyset.y), 1.z)$	$(3.x, (\emptyset.y, \emptyset.z))$
010	100	001
$(\emptyset.x, 2.y, \emptyset.z)$	$(3.x, (\emptyset.y, \emptyset.z))$	$((\emptyset.x, \emptyset.y), 1.z)$
100	010	001
$(3.x, (\emptyset.y, \emptyset.z))$	$(\emptyset.x, 2.y, \emptyset.z)$	$((\emptyset.x, \emptyset.y), 1.z)$
100	001	010
$(3.x, (\emptyset.y, \emptyset.z))$	$((\emptyset.x, \emptyset.y), 1.z)$	$(\emptyset.x, 2.y, \emptyset.z)$.

Werden jetzt für $x, y, z \in (1, 2, 3)$ eingesetzt, ergeben sich für alle 10 mokontexturalen Zeichenklassen je 6 bikontexturale und 18 trikontexturale Zeichenklassen. Dieselben Anzahl gelten natürlich für die den Zeichenklassen dual konversen Realitätsthematiken.

Literatur

Kaehr, Rudolf Sketch on semiotics in diamonds. In: ThinkArtLab, 3. März 2009

Gemeinsame Nachbarschaften von semiotischen Dualsystemen

1. Wie wir in Toth (2018) festgestellt hatten, gilt für die triadisch-trichotomischen Subzeichen, d.h. Subrelationen der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Zeichenzahlen $P = (1, 2, 3)$ für jedes $x \in (P \times P)$

$$N(x) = U(x) = P,$$

d.h. jede Zeichenzahl kann als Nachbarschaft jeder anderen Zeichenzahl auftreten, und damit ist die Differenz zwischen den semiotischen Zahlenoperatoren N und U aufgehoben.

2. Im folgenden gehen wir von den bekannten 10 semiotischen Dualsystemen aus und kennzeichnen die gemeinsamen $N(x) = U(x)$ durch Unterstreichung.

$$(3.1, 2.1, \underline{1.1}) \quad \times \quad (\underline{1.1}, 1.2, 1.3)$$

$$(3.1, \underline{2.1}, \underline{1.2}) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, 1.3)$$

$$(\underline{3.1}, 2.1, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 1.2, \underline{1.3})$$

$$(3.1, \underline{2.2}, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{2.2}, 1.3)$$

$$(\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3})$$

$$(\underline{3.1}, 2.3, \underline{1.3}) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 3.2, \underline{1.3})$$

$$(3.2, \underline{2.2}, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$(3.2, \underline{2.2}, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{2.2}, 2.3)$$

$$(\underline{3.2}, \underline{2.3}, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{3.2}, \underline{2.3})$$

$$(\underline{3.3}, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (3.1, 3.2, \underline{3.3}).$$

Wir bekommen damit

$$(3.1) \quad (2.1) \quad (1.2) \quad (1.3)$$

$$(1.1)$$

(3.1) (1.3)

(2.1) (1.2)

(2.1) (1.2)

(3.1) (1.3)

(3.1) (1.2) (2.1) (1.3)

(2.2)

(3.1) (2.2) (1.3)

(2.3) (3.2)

(3.1) (1.3)

(3.2) (1.2) (2.1) (2.3)

(2.2)

(3.2) (1.3) (3.1) (2.3)

(2.2)

(1.3) (3.1)

(3.2) (2.3)

(2.3) (1.3) (3.1) (3.2)

(3.3)

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Nachbarschaft und Umgebung von semiotischen Relationen. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018

Polykontextural-semiotische Dualsysteme als reflektorische Palindrome

1. In der quantitativen Bense-Semiotik sind Beispiele für Palindrome die von Bense (1981) eingeführten semiotischen Dualsysteme der Form

$$(3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3).$$

Dazu gehört in Sonderheit die dualinvariante, eigenreale, d.h. mit ihrer Realitätsthematik identische Zeichenklasse

$$(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3),$$

für die gilt $x = 1, y = 2, z = 3$,

und die sog. Klasse der Genuinen Kategorien

$$(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3),$$

für die gilt $x = 3, y = 2, z = 1$.

Palindrome stellen auch die bereits von Günther (1980) untersuchten Hamiltonkreise der sog. Negativsprachen dar (vgl. dazu Thomas 1982).

2. In der in Toth (2019a-c) skizzierten triadisch-pentatomischen Semiotik für $K = 4$ gibt es folgende Palindrome. Es handelt sich dabei um Vereinigungsmengen von Zeichenklassen bzw. Morphogrammen und ihren reflektorischen Strukturen, auf die bereits Kronthaler (1986) hingewiesen hatte.

2.1. Das vollständige System der Palindrome für ZR in $K = 4$ in Zeichenzahlen-Notation

$$(3.1, 2.1, 1.1, 1.1, 1.2, 1.3)$$

$$(3.1, 2.1, 1.2, 2.1, 1.2, 1.3)$$

$$(3.1, 2.1, 1.3, 3.1, 1.2, 1.3)$$

$$(3.1, 2.1, 1.4, 4.1, 1.2, 1.3)$$

$$(3.1, 2.1, 1.5, 5.1, 1.2, 1.3)$$

(3.1, 2.2, 1.1, 1.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.2, 2.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.3, 3.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.4, 4.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.5, 5.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.1, 1.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.2, 2.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.3, 3.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.4, 4.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.5, 5.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.4, 1.1, 1.1, 4.2, 1.3)
(3.1, 2.4, 1.2, 2.1, 4.2, 1.3)
(3.1, 2.4, 1.3, 3.1, 4.2, 1.3)
(3.1, 2.4, 1.4, 4.1, 4.2, 1.3)
(3.1, 2.4, 1.5, 5.1, 4.2, 1.3)
(3.1, 2.5, 1.1, 1.1, 5.2, 1.3)
(3.1, 2.5, 1.2, 2.1, 5.2, 1.3)
(3.1, 2.5, 1.3, 3.1, 5.2, 1.3)
(3.1, 2.5, 1.4, 4.1, 5.2, 1.3)
(3.1, 2.5, 1.5, 5.1, 5.2, 1.3)
(3.2, 2.1, 1.1, 1.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.1, 1.2, 2.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.1, 1.3, 3.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.1, 1.4, 4.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.1, 1.5, 5.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.1, 1.1, 2.2, 2.3)

(3.2, 2.2, 1.2, 2.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.3, 3.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.4, 4.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.5, 5.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.1, 1.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.2, 2.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.3, 3.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.4, 4.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.5, 5.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.4, 1.1, 1.1, 4.2, 2.3)
(3.2, 2.4, 1.2, 2.1, 4.2, 2.3)
(3.2, 2.4, 1.3, 3.1, 4.2, 2.3)
(3.2, 2.4, 1.4, 4.1, 4.2, 2.3)
(3.2, 2.4, 1.5, 5.1, 4.2, 2.3)
(3.2, 2.5, 1.1, 1.1, 5.2, 2.3)
(3.2, 2.5, 1.2, 2.1, 5.2, 2.3)
(3.2, 2.5, 1.3, 3.1, 5.2, 2.3)
(3.2, 2.5, 1.4, 4.1, 5.2, 2.3)
(3.2, 2.5, 1.5, 5.1, 5.2, 2.3)
(3.3, 2.1, 1.1, 1.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.1, 1.2, 2.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.1, 1.3, 3.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.1, 1.4, 4.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.1, 1.5, 5.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.1, 1.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.2, 2.1, 2.2, 3.3)

(3.3, 2.2, 1.3, 3.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.4, 4.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.5, 5.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.1, 1.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.2, 2.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.3, 3.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.4, 4.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.5, 5.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.4, 1.1, 1.1, 4.2, 3.3)
(3.3, 2.4, 1.2, 2.1, 4.2, 3.3)
(3.3, 2.4, 1.3, 3.1, 4.2, 3.3)
(3.3, 2.4, 1.4, 4.1, 4.2, 3.3)
(3.3, 2.4, 1.5, 5.1, 4.2, 3.3)
(3.3, 2.5, 1.1, 1.1, 5.2, 3.3)
(3.3, 2.5, 1.2, 2.1, 5.2, 3.3)
(3.3, 2.5, 1.3, 3.1, 5.2, 3.3)
(3.3, 2.5, 1.4, 4.1, 5.2, 3.3)
(3.3, 2.5, 1.5, 5.1, 5.2, 3.3)
(3.4, 2.1, 1.1, 1.1, 1.2, 4.3)
(3.4, 2.1, 1.2, 2.1, 1.2, 4.3)
(3.4, 2.1, 1.3, 3.1, 1.2, 4.3)
(3.4, 2.1, 1.4, 4.1, 1.2, 4.3)
(3.4, 2.1, 1.5, 5.1, 1.2, 4.3)
(3.4, 2.2, 1.1, 1.1, 2.2, 4.3)
(3.4, 2.2, 1.2, 2.1, 2.2, 4.3)
(3.4, 2.2, 1.3, 3.1, 2.2, 4.3)

(3.4, 2.2, 1.4, 4.1, 2.2, 4.3)
(3.4, 2.2, 1.5, 5.1, 2.2, 4.3)
(3.4, 2.3, 1.1, 1.1, 3.2, 4.3)
(3.4, 2.3, 1.2, 2.1, 3.2, 4.3)
(3.4, 2.3, 1.3, 3.1, 3.2, 4.3)
(3.4, 2.3, 1.4, 4.1, 3.2, 4.3)
(3.4, 2.3, 1.5, 5.1, 3.2, 4.3)
(3.4, 2.4, 1.1, 1.1, 4.2, 4.3)
(3.4, 2.4, 1.2, 2.1, 4.2, 4.3)
(3.4, 2.4, 1.3, 3.1, 4.2, 4.3)
(3.4, 2.4, 1.4, 4.1, 4.2, 4.3)
(3.4, 2.4, 1.5, 5.1, 4.2, 4.3)
(3.4, 2.5, 1.1, 1.1, 5.2, 4.3)
(3.4, 2.5, 1.2, 2.1, 5.2, 4.3)
(3.4, 2.5, 1.3, 3.1, 5.2, 4.3)
(3.4, 2.5, 1.4, 4.1, 5.2, 4.3)
(3.4, 2.5, 1.5, 5.1, 5.2, 4.3)
(3.5, 2.1, 1.1, 1.1, 1.2, 5.3)
(3.5, 2.1, 1.2, 2.1, 1.2, 5.3)
(3.5, 2.1, 1.3, 3.1, 1.2, 5.3)
(3.5, 2.1, 1.4, 4.1, 1.2, 5.3)
(3.5, 2.1, 1.5, 5.1, 1.2, 5.3)
(3.5, 2.2, 1.1, 1.1, 2.2, 5.3)
(3.5, 2.2, 1.2, 2.1, 2.2, 5.3)
(3.5, 2.2, 1.3, 3.1, 2.2, 5.3)
(3.5, 2.2, 1.4, 4.1, 2.2, 5.3)

(3.5, 2.2, 1.5, 5.1, 2.2, 5.3)
 (3.5, 2.3, 1.1, 1.1, 3.2, 5.3)
 (3.5, 2.3, 1.2, 2.1, 3.2, 5.3)
 (3.5, 2.3, 1.3, 3.1, 3.2, 5.3)
 (3.5, 2.3, 1.4, 4.1, 3.2, 5.3)
 (3.5, 2.3, 1.5, 5.1, 3.2, 5.3)
 (3.5, 2.4, 1.1, 1.1, 4.2, 5.3)
 (3.5, 2.4, 1.2, 2.1, 4.2, 5.3)
 (3.5, 2.4, 1.3, 3.1, 4.2, 5.3)
 (3.5, 2.4, 1.4, 4.1, 4.2, 5.3)
 (3.5, 2.4, 1.5, 5.1, 4.2, 5.3)
 (3.5, 2.5, 1.1, 1.1, 5.2, 5.3)
 (3.5, 2.5, 1.2, 2.1, 5.2, 5.3)
 (3.5, 2.5, 1.3, 3.1, 5.2, 5.3)
 (3.5, 2.5, 1.4, 4.1, 5.2, 5.3)
 (3.5, 2.5, 1.5, 5.1, 5.2, 5.3)

2.2. Das vollständige System der Palindrome für ZR in $K = 4$ in Morphogramm-Notation

(01120100000000000010012)
 (011201000001010000010012)
 (011201000012011200010012)
 (011201000010010000010012)
 (011201000011001100010012)
 (011201010000000001010012)
 (011201010001010001010012)
 (011201010012011201010012)

(011201010010010001010012)
(011201010011001101010012)
(011201110000000001200012)
(011201110001010001200012)
(011201110012011201200012)
(011201110010010001200012)
(011201110011001101200012)
(011201020000000001200012)
(011201020001010001200012)
(011201020012011201200012)
(011201020010010001200012)
(011201020011001101200012)
(011201100000000001100012)
(011201100001010001100012)
(011201100012011201100012)
(011201100010010001100012)
(011201100011001101100012)
(01200100000000000010111)
(012001000001010000010111)
(012001000012011200010111)
(012001000010010000010111)
(012001000011001100010111)
(012001010000000001010111)
(012001010001010001010111)
(012001010012011201010111)
(012001010010010001010111)

(012001010011001101010111)
(01200111000000001200111)
(012001110001010001200111)
(012001110012011201200111)
(012001110010010001200111)
(012001110011001101200111)
(01200102000000001200111)
(012001020001010001200111)
(012001020012011201200111)
(012001020010010001200111)
(012001020011001101200111)
(01200110000000001100111)
(012001100001010001100111)
(012001100012011201100111)
(012001100010010001100111)
(012001100011001101100111)
(0123010000000000010123)
(012301000001010000010123)
(012301000012011200010123)
(012301000010010000010123)
(012301000011001100010123)
(012301010000000001010123)
(012301010001010001010123)
(012301010012011201010123)
(012301010010010001010123)
(012301010011001101010123)

(012301110000000001200123)
(012301110001010001200123)
(012301110012011201200123)
(012301110010010001200123)
(012301110011001101200123)
(012301020000000001200123)
(012301020001010001200123)
(012301020012011201200123)
(012301020010010001200123)
(012301020011001101200123)
(012301100000000001100123)
(012301100001010001100123)
(012301100012011201100123)
(012301100010010001100123)
(012301100011001101100123)
(01210100000000000010102)
(012101000001010000010102)
(012101000012011200010102)
(012101000010010000010102)
(012101000011001100010102)
(012101010000000001010102)
(012101010001010001010102)
(012101010012011201010102)
(012101010010010001010102)
(012101010011001101010102)
(012101110000000001200102)

(012101110001010001200102)
(012101110012011201200102)
(012101110010010001200102)
(012101110011001101200102)
(01210102000000001200102)
(012101020001010001200102)
(012101020012011201200102)
(012101020010010001200102)
(012101020011001101200102)
(01210110000000001100102)
(012101100001010001100102)
(012101100012011201100102)
(012101100010010001100102)
(012101100011001101100102)
(01220100000000000010012)
(012201000001010000010012)
(012201000012011200010012)
(012201000010010000010012)
(012201000011001100010012)
(012201010000000001010012)
(012201010001010001010012)
(012201010012011201010012)
(012201010010010001010012)
(012201010011001101010012)
(012201110000000001200012)
(012201110001010001200012)

(012201110012011201200012)
(012201110010010001200012)
(012201110011001101200012)
(01220102000000001200012)
(012201020001010001200012)
(012201020012011201200012)
(012201020010010001200012)
(012201020011001101200012)
(01220110000000001100012)
(012201100001010001100012)
(012201100012011201100012)
(012201100010010001100012)
(012201100011001101100012)

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen
Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frank-
furt am Main 1986

Kaehr, Rudolf, Morphosphere(s): Asymmetric Palindromes as Keys. In:
[www.vordenker.de/rk/rk_Morphospheres_Asymmetric-
Palindromes_2013.pdf](http://www.vordenker.de/rk/rk_Morphospheres_Asymmetric-Palindromes_2013.pdf)

Thomas, Gerhard G., On permutographs. In: Frolik, Zdenek (Hrsg.),
Proceedings of the 10th Winter School on Abstract Analysis. In: Rendiconti
del Circolo Matematico di Palermo, Serie II, suppl. No. 2, S. 275-286

Toth, Alfred, Eine minimale vollständige polykontexturale Semiotik für $K = 4$.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Abbildungen von Subzeichen auf Morphogramme. In: Electronic

Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Das System der morphogrammatisch-semiotischen Bijektionen

für $K = 4$. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Identitätsabbildungen zwischen semiotischen AFA-Dualsystemen

1. In Toth (2019a-c) waren wir von der von Bense (1979, S. 53. u. 67) eingeführten selbsteinbettenden Zeichendefinition ausgegangen

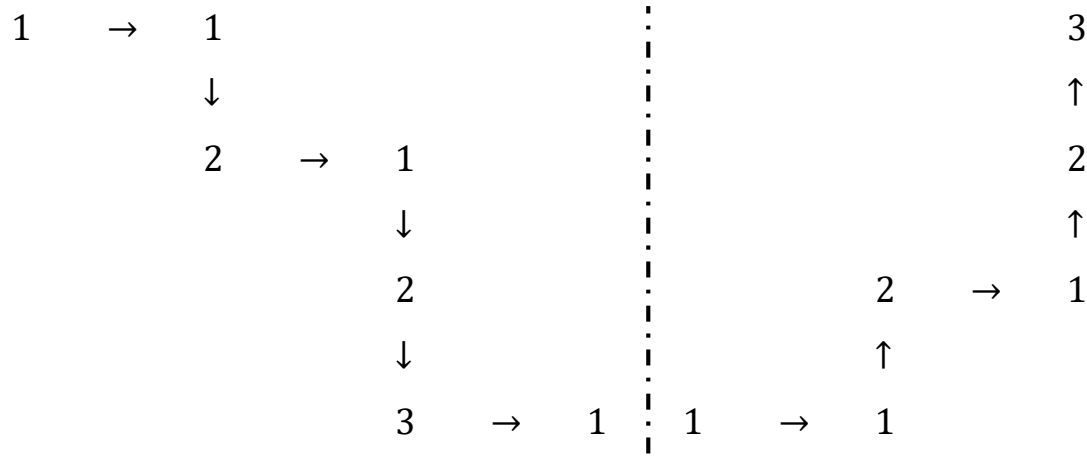
$$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

und hatten die dazu duale selbsteinbettende Relation gebildet

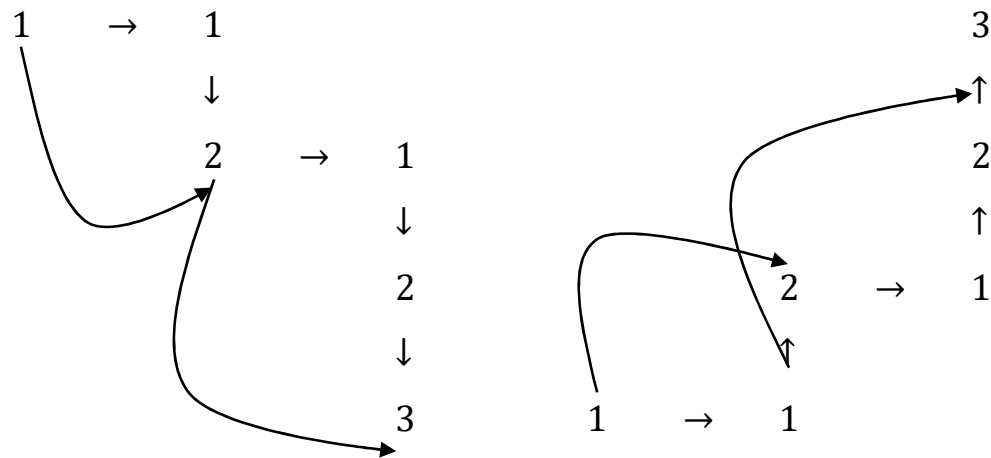
$$\times Z = (((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow M).$$

Damit bekamen wir das folgende Dualsystem.

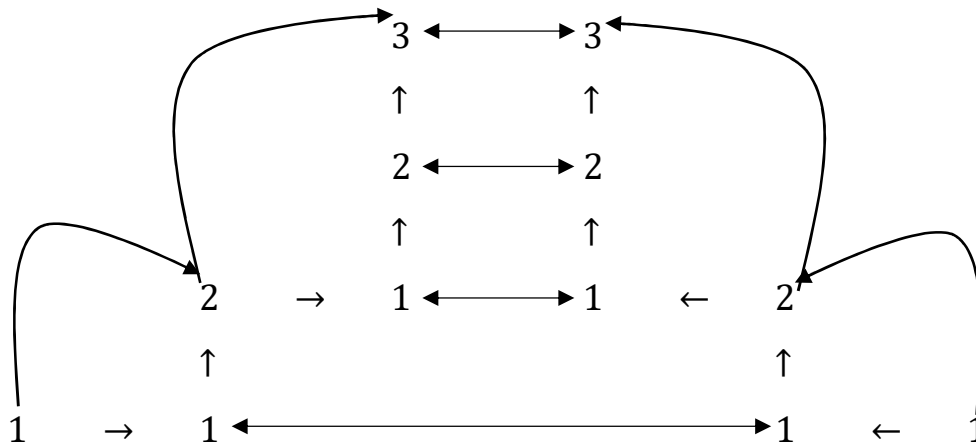
$$DS[(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))), (((M \rightarrow O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow M)] =$$



und das dazugehörige AFA-Doppel-Stemma.



2. Um allerdings auch zwischen den beiden Stemmata des Dualsystems Dualität zu erzeugen, ist eine weitere Spiegelung um die Mittelachse nötig.



Wie man sieht, werden die beiden Stemmata also durch vier Identitätsabbildungen verbunden, wobei die Identität der Erstheit verdoppelt auftritt. Bei der basalen dreifachen Identitätsabbildung

$$1 \rightarrow 1 \leftrightarrow 1 \leftarrow 1$$

beachte man, daß, wie in Kaehrs quadralektisch-diamantentheoretischer Einführung der semiotischen Subzeichen (vgl. Kaehr 2011), zwischen Links- und Rechtsabbildung der Erstheit unterschieden wird. Der Doppelpfeil in der Mitte besagt somit, daß im obigen Dualsystem Identität besteht zwischen der Links- und der Rechtsabbildung der 1.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds: Four-Foldness of Beginnings. Semiotic

Studies with Toth's Theory of the Night. In:

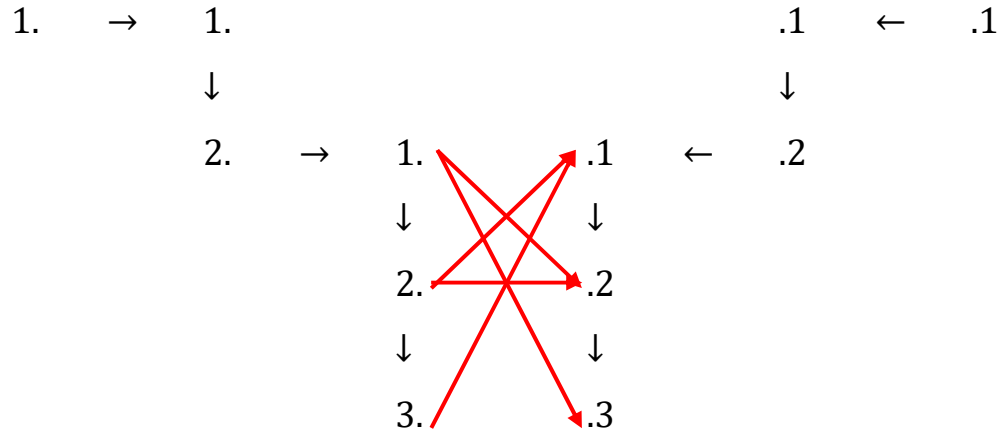
www.vordenker.de/rk/rk_Quadralectic-Diamonds_Four-Foldness-of-beginnings_2011.pdf

Toth, Alfred, Selbsteinbettende Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2019a

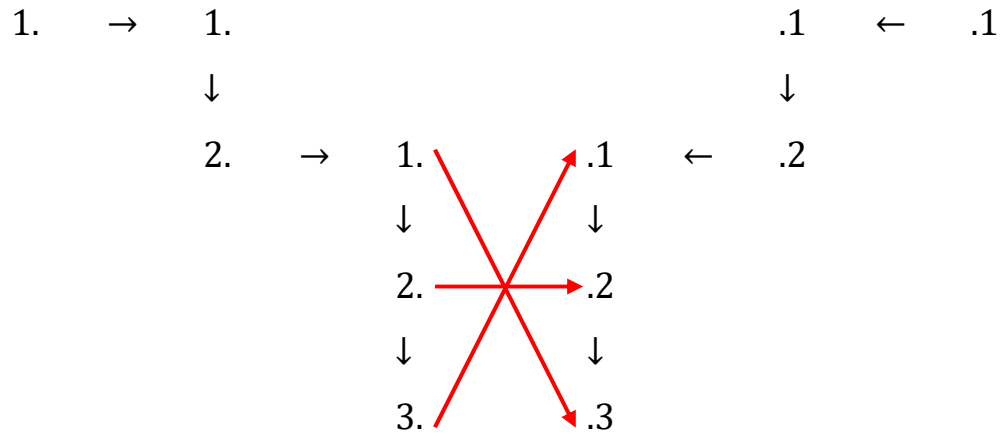
Toth, Alfred, Duale AFA-Stemmata von Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2019b

Toth, Alfred, Semiotische AFA-Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2019c

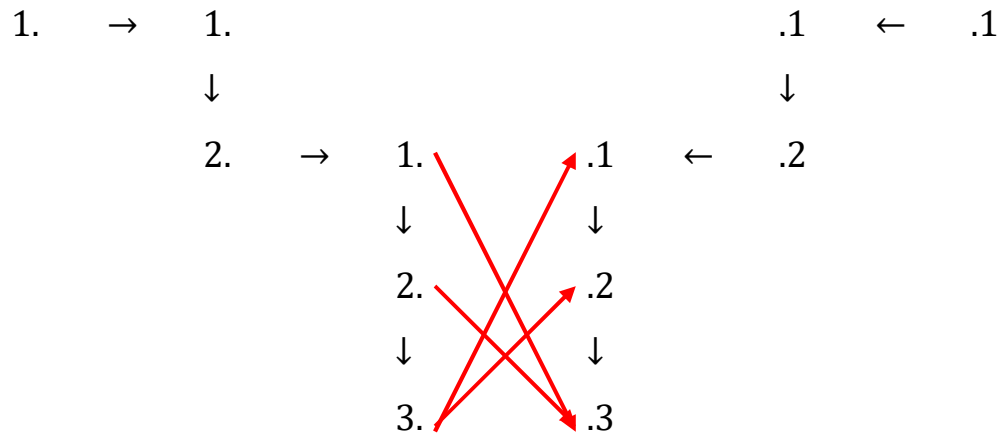
$$\text{DS 4} = [(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)]$$



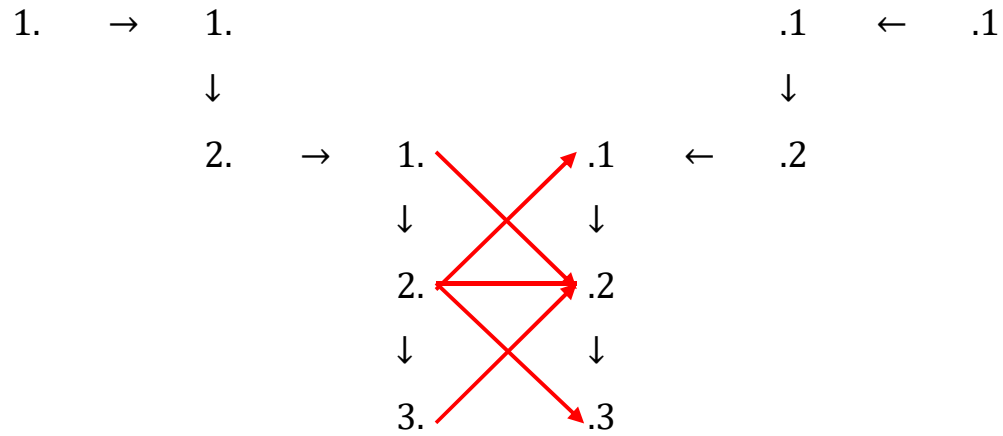
$$\text{DS 5} = [(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)]$$



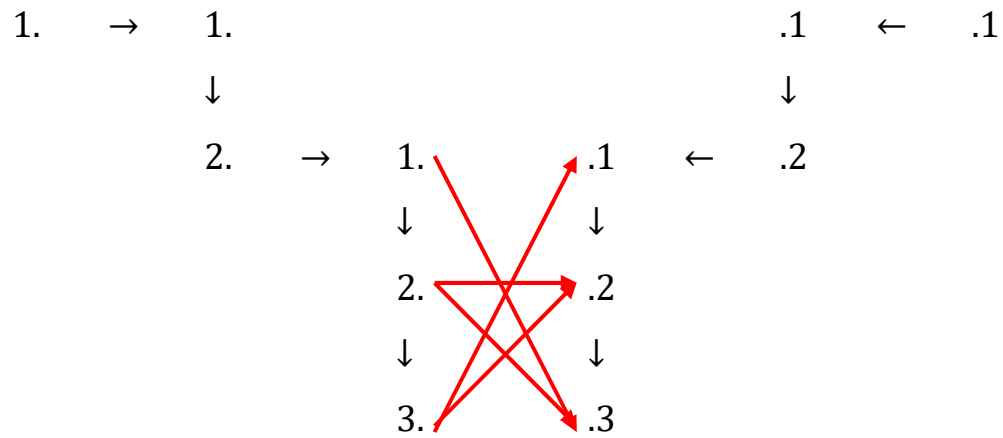
$$\text{DS 6} = [(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)]$$



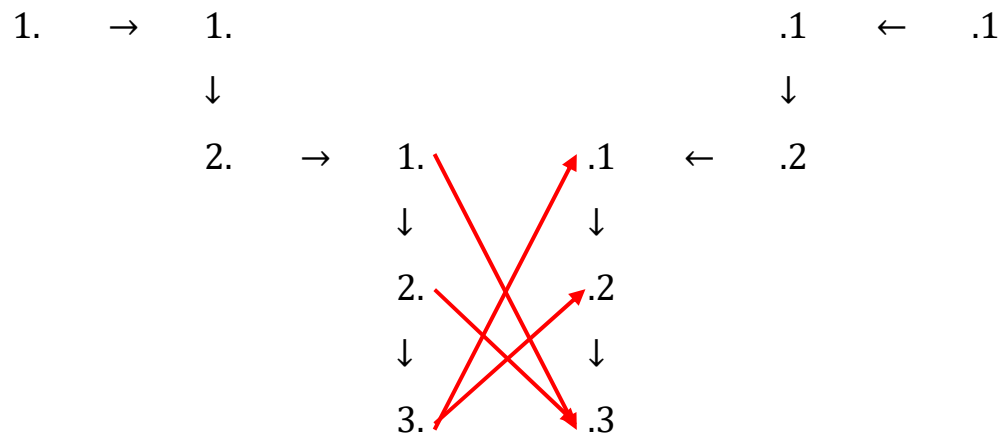
$$\text{DS 7} = [(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)]$$



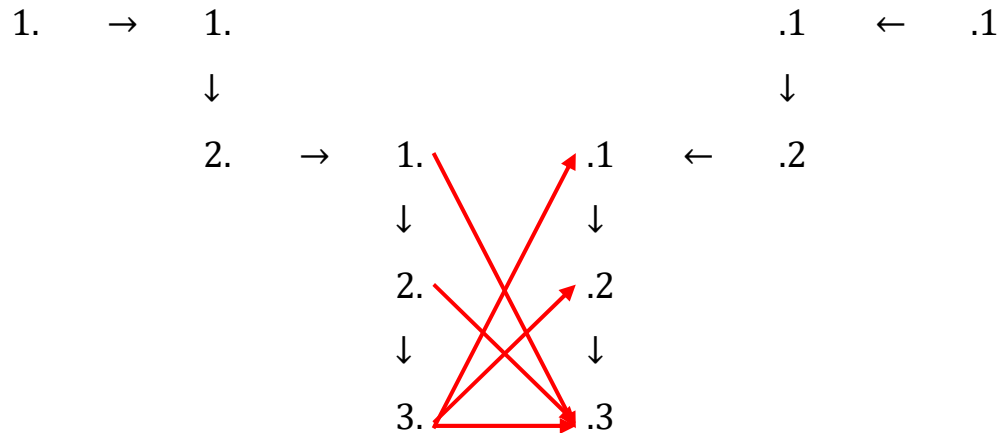
$$\text{DS 8} = [(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)]$$



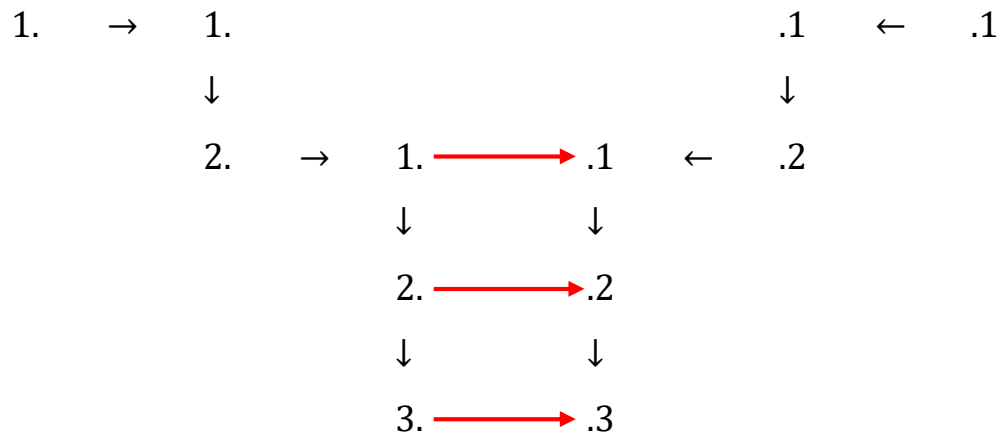
$$\text{DS 9} = [(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)]$$



DS 10 = [(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)]



DS 11 = [(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)]



Literatur

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Stanford, CA, 1988

Buczynska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime. In: Semiosis 2, 1976, S. 10-17

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Semiotic_Short-Studies_2009.pdf

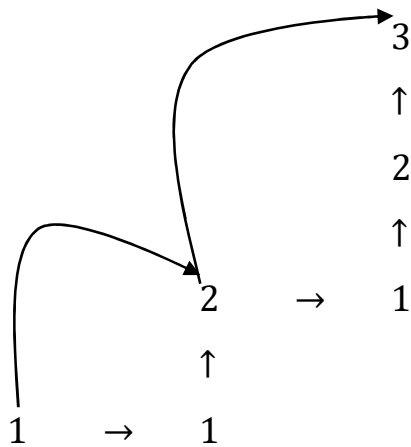
Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Bi-Signs und duale semiotische AFA-Ableitungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Ein approximatives ontisches Modell ist



Rue des Nanettes, Paris.



Ein approximatives ontisches Modell ist



Rue Daubenton, Paris.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Selbsteinbettende Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2019a

Toth, Alfred, Duale AFA-Stemmata von Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2019b

Gleiche Repräsentationswerte bei regulären und irregulären semiotischen Dualsystemen

1. Jedes semiotische Dualsystem ist als Dualsystem der Form

$$\times(Zkl) = Rth$$

darstellbar mit

$$Zkl = (3.x, 2.y, 1.z)$$

und

$$Rth = (z.1, y.2, x.3)$$

mit $x, y, z \in (1, 2, 3)$.

Ferner ist jede Zkl triadisch, aber jede Rth dyadisch, da sie sich durch eine von 3 abstrakten Thematisationsstrukturen darstellt, die wir als Links-, Rechts- und "Sandwich"-Thematisation bezeichnet haben (vgl. Toth 2007, S. 176 ff.).

2. Die folgende Tabelle enthält das vollständige System der 27 über Zkl erzeugbaren Zeichenklassen. Die irregulären, die gegen die trichotomische Inklusionsordnung ($x \leq y \leq z$) verstoßen, wurden gestirnt. Ferner werden auf jedes Dualsystem der Repräsentationswert und die Thematisationsstruktur abgebildet. Wie man sogleich erkennt, sind die beiden letzten Abbildungen rechtsmehrdeutig.

Zkl	\times	Rth	Rpw	Thematisation
(3.1, 2.1, 1.1)	\times	(1.1, <u>1.2</u> , <u>1.3</u>)	9	M-them. M
(3.1, 2.1, 1.2)	\times	(2.1, <u>1.2</u> , <u>1.3</u>)	10	M-them. O
* (3.1, 2.2, 1.1)	\times	(<u>1.1</u> , 2.2, <u>1.3</u>)	10	M-them. O
* (3.2, 2.1, 1.1)	\times	(<u>1.1</u> , <u>1.2</u> , 2.3)	10	M-them. O
(3.1, 2.1, 1.3)	\times	(3.1, <u>1.2</u> , <u>1.3</u>)	11	M-them. I
* (3.1, 2.3, 1.1)	\times	(<u>1.1</u> , 3.2, <u>1.3</u>)	11	M-them. I

*(3.3, 2.1, 1.1)	×	(<u>1.1</u> , <u>1.2</u> , 3.3)	11	M-them. I
(3.1, 2.2, 1.2)	×	(<u>2.1</u> , <u>2.2</u> , 1.3)	11	O-them. M
*(3.2, 2.1, 1.2)	×	(<u>2.1</u> , 1.2, <u>2.3</u>)	11	O-them. M
*(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1, <u>2.2</u> , <u>2.3</u>)	11	O-them. M
(3.1, 2.2, 1.3)	×	(<u>3.1</u> , <u>2.2</u> , <u>1.3</u>)	12	triadisch
*(3.1, 2.3, 1.2)	×	(<u>2.1</u> , <u>3.2</u> , <u>1.3</u>)	12	triadisch
*(3.2, 2.1, 1.3)	×	(<u>3.1</u> , <u>1.2</u> , <u>2.3</u>)	12	triadisch
(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, <u>2.2</u> , <u>2.3</u>)	12	O-them. O
*(3.2, 2.3, 1.1)	×	(<u>1.1</u> , <u>3.2</u> , <u>2.3</u>)	12	triadisch
*(3.3, 2.1, 1.2)	×	(<u>2.1</u> , <u>1.2</u> , <u>3.3</u>)	12	triadisch
*(3.3, 2.2, 1.1)	×	(<u>1.1</u> , <u>2.2</u> , <u>3.3</u>)	12	triadisch
(3.1, 2.3, 1.3)	×	(<u>3.1</u> , <u>3.2</u> , 1.3)	13	I-them. M
*(3.3, 2.1, 1.3)	×	(<u>3.1</u> , 1.2, <u>3.3</u>)	13	I-them. M
*(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, <u>3.2</u> , <u>3.3</u>)	13	I-them. M
(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, <u>2.2</u> , <u>2.3</u>)	13	O-them. I
*(3.2, 2.3, 1.2)	×	(<u>2.1</u> , 3.2, <u>2.3</u>)	13	O-them. I
*(3.3, 2.2, 1.2)	×	(<u>2.1</u> , <u>2.2</u> , 3.3)	13	O-them. I
(3.2, 2.3, 1.3)	×	(<u>3.1</u> , <u>3.2</u> , 2.3)	14	I-them. O
*(3.3, 2.2, 1.3)	×	(<u>3.1</u> , 2.2, <u>3.3</u>)	14	I-them. O
*(3.3, 2.3, 1.2)	×	(2.1, <u>3.2</u> , <u>3.3</u>)	14	I-them. O

(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3) 15 I-them. I

Wie man leicht sieht, kann man die 27 thematisierten Realitäten in 3 Blöcke zu je 1 Thematisation und in 8 3-er-Blöcke subgruppieren. Jeder dieser 3-er-Blöcke hat die folgende abstrakte Thematisationsstruktur:

$((a.b), (c.d) \rightarrow (e.f))$

$((a.b) \leftarrow (c.d) \rightarrow (e.f))$

$((a.b) \leftarrow (c.d), (e.f)).$

Die 10 peirce-benseschen Zeichenklassen sind also thematisationsstrukturell relativ zum Gesamtsystem der 27 Zeichenklassen defektiv, da 1) der Sandwich-Thematisationstyp $((a.b) \leftarrow (c.d) \rightarrow (e.f))$ bei ihnen nicht aufscheint und 2) sie nicht alle Rechts- und Linksthematisierungen kennen.

Innerhalb jedes Doppel-Blocks findet kategorialer Austausch in den Thematisationen statt, vgl. etwa (M-them. I = 1-them. 3) und (O-them. M = 2-them. 1).

Literatur

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

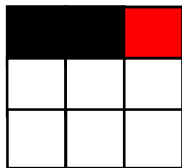
Venn diagramme für Realitätsthematisierungen semiotischer Relationen

1. Im folgenden gehen wir aus von der Gesamtmenge der über der abstrakten Struktur $Z = R(3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in (1, 2, 3)$ erzeugbaren $3^3 = 27$ semiotischen Relationen (vgl. Toth 2019) und stellen die durch die Realitätsthematiken thematisierten entitätischen (strukturellen) Realitäten mittels Venn diagrammen dar. Dabei werden thematisierende Subzeichen schwarz und thematisierte rot gekennzeichnet.

2. Die 27 semiotischen Dualsysteme

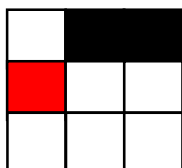
2.1. Dualsystem

Zkl	×	Rth	Rpw	Thematization
(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, <u>1.2</u> , 1.3)	9	M-them. M



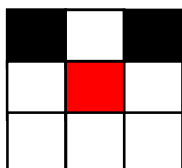
2.2. Dualsystem

(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1, <u>1.2</u> , 1.3)	10	M-them. O
-----------------	---	-------------------------	----	-----------



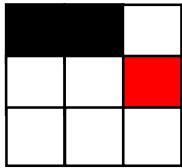
2.3. Dualsystem

*(3.1, 2.2, 1.1)	×	(<u>1.1</u> , 2.2, <u>1.3</u>)	10	M-them. O
------------------	---	----------------------------------	----	-----------



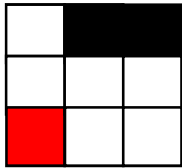
2.4. Dualsystem

$$*(3.2, 2.1, 1.1) \times (\underline{1.1}, \underline{1.2}, 2.3) \quad 10 \quad \text{M-them. O}$$



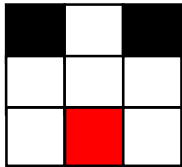
2.5. Dualsystem

$$(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, \underline{1.2}, \underline{1.3}) \quad 11 \quad \text{M-them. I}$$



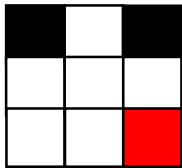
2.6. Dualsystem

$$*(3.1, 2.3, 1.1) \times (\underline{1.1}, 3.2, \underline{1.3}) \quad 11 \quad \text{M-them. I}$$



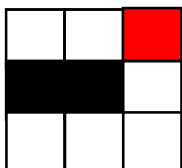
2.7. Dualsystem

$$*(3.3, 2.1, 1.1) \times (\underline{1.1}, \underline{1.2}, 3.3) \quad 11 \quad \text{M-them. I}$$



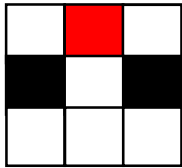
2.8. Dualsystem

$$(3.1, 2.2, 1.2) \times (\underline{2.1}, \underline{2.2}, 1.3) \quad 11 \quad \text{O-them. M}$$



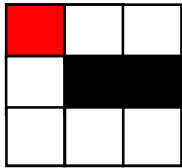
2.9. Dualsystem

$$*(3.2, 2.1, 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}, 1.2, \underline{2.3}) \quad 11 \quad \text{O-them. M}$$



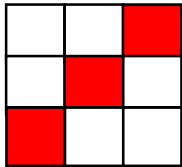
2.10. Dualsystem

$$*(3.2, 2.2, 1.1) \quad \times \quad (1.1, \underline{2.2}, \underline{2.3}) \quad 11 \quad \text{O-them. M}$$



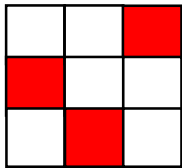
2.11. Dualsystem

$$(3.1, 2.2, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) \quad 12 \quad \text{triadisch}$$



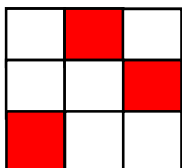
2.12. Dualsystem

$$*(3.1, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{3.2}, \underline{1.3}) \quad 12 \quad \text{triadisch}$$



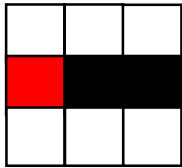
2.13. Dualsystem

$$*(3.2, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{1.2}, \underline{2.3}) \quad 12 \quad \text{triadisch}$$



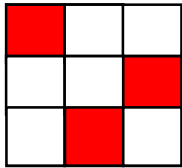
2.14. Dualsystem

$$(3.2, 2.2, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{2.2}, \underline{2.3}) \quad 12 \quad \text{O-them. O}$$



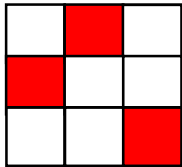
2.15. Dualsystem

$$*(3.2, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{3.2}, \underline{2.3}) \quad 12 \quad \text{triadisch}$$



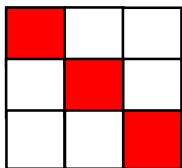
2.16. Dualsystem

$$*(3.3, 2.1, 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{1.2}, \underline{3.3}) \quad 12 \quad \text{triadisch}$$



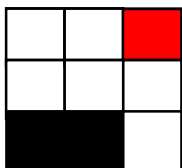
2.17. Dualsystem

$$*(3.3, 2.2, 1.1) \quad \times \quad (\underline{1.1}, \underline{2.2}, \underline{3.3}) \quad 12 \quad \text{triadisch}$$



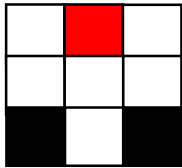
2.18. Dualsystem

$$(3.1, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{3.2}, 1.3) \quad 13 \quad \text{I-them. M}$$



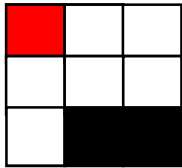
2.19. Dualsystem

$$*(3.3, 2.1, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 1.2, \underline{3.3}) \quad 13 \quad \text{I-them. M}$$



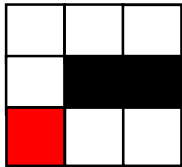
2.20. Dualsystem

$$*(3.3, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (1.1, \underline{3.2}, \underline{3.3}) \quad 13 \quad \text{I-them. M}$$



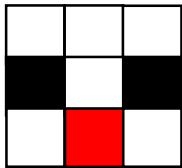
2.21. Dualsystem

$$(3.2, 2.2, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{2.2}, \underline{2.3}) \quad 13 \quad \text{O-them. I}$$



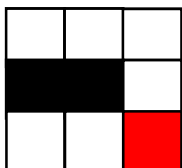
2.22. Dualsystem

$$*(3.2, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}, 3.2, \underline{2.3}) \quad 13 \quad \text{O-them. I}$$



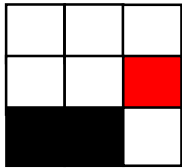
2.23. Dualsystem

$$*(3.3, 2.2, 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}, \underline{2.2}, 3.3) \quad 13 \quad \text{O-them. I}$$



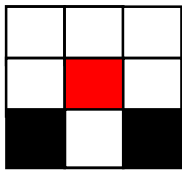
2.24. Dualsystem

$$(3.2, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}, \underline{3.2}, 2.3) \quad 14 \quad \text{I-them. O}$$



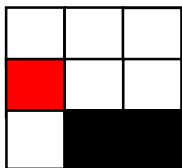
2.25. Dualsystem

$$*(3.3, 2.2, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}, 2.2, \underline{3.3}) \quad 14 \quad \text{I-them. O}$$



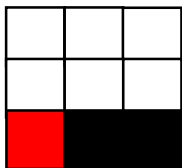
2.26. Dualsystem

$$*(3.3, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1, \underline{3.2}, \underline{3.3}) \quad 14 \quad \text{I-them. O}$$



2.27. Dualsystem

$$(3.3, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (3.1, \underline{3.2}, \underline{3.3}) \quad 15 \quad \text{I-them. I}$$



Literatur

Toth, Alfred, Gleiche Repräsentationswerte bei regulären und irregulären semiotischen Dualsystemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Palindromische und nicht-palindromische Folgen von Peircezahlen

1. Die allgemeine Form eines Zeichens im Sinne einer triadischen und trichotomischen Zeichenrelation (vgl. Bernse 1975)

$$Z_3^3 = (3.x, 2.y, 1.z)$$

weist in den Triaden die rückläufige Ordnung der Peircezahlen (vgl. Toth 2010) auf. Die Werte der Triaden sind demnach konstant und nicht-palindromisch. Über Z_3^3 lassen sich nun bekanntlich, indem man $x, y, z \in (1, 2, 3)$, d.h. Werte für die Trichotomien, einsetzt, $3^3 = 27$ Trichotomien konstruieren. Da hier alle Kombinationen möglich sind und keine Konstanten auftreten, ergeben sich palindromische neben nicht-palindromischen Folgen von Peircezahlen.

$$T_3^3 =$$

$$(\underline{1}, \underline{1}, \underline{1}) \quad (\underline{1}, \underline{2}, \underline{1}) \quad (\underline{1}, \underline{3}, \underline{1})$$

$$(1, 1, 2) \quad (1, 2, 2) \quad (1, 3, 2)$$

$$(1, 1, 3) \quad (1, 2, 3) \quad (1, 3, 3)$$

$$(2, 1, 1) \quad (2, 2, 1) \quad (2, 3, 1)$$

$$(\underline{2}, \underline{1}, \underline{2}) \quad (\underline{2}, \underline{2}, \underline{2}) \quad (\underline{2}, \underline{3}, \underline{2})$$

$$(2, 1, 3) \quad (2, 2, 3) \quad (2, 3, 3)$$

$$(3, 1, 1) \quad (3, 2, 1) \quad (3, 3, 1)$$

$$(3, 1, 2) \quad (3, 2, 2) \quad (3, 3, 2)$$

$$(\underline{3}, \underline{1}, \underline{3}) \quad (\underline{3}, \underline{2}, \underline{3}) \quad (\underline{3}, \underline{3}, \underline{3})$$

Doppelt unterstrichen sind vermittelte Palindrome:

$$AAA = ((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$$

$$ABA = ((1, 2, 1), (1, 3, 1), (2, 1, 2), (2, 3, 2), (3, 1, 3), (3, 2, 3)).$$

2. Wenn wir nun, wie üblich, setzen

$$ZTh = T_3^3 \rightarrow Z_3^3$$

und

$$RTh = \times ZTh,$$

so daß ein semiotisches Dualsystem als Paar

DS (ZTh, RTh)

definierbar ist, dann erhalten wir also Paare von konstanten triadischen und nicht-konstanten trichotomischen Peircezahlen-Folgen.

$$(3.1, 2.1, 1.1) (3.1, \underline{2.2}, 1.1) (3.1, 2.3, 1.1)$$

$$(1.1, 1.2, 1.3) (1.1, \underline{2.2}, 1.3) (1.1, 3.2, 1.3)$$

$$(3.1, 2.1, 1.2) (3.1, \underline{2.2}, 1.2) (3.1, 2.3, 1.2)$$

$$(2.1, 1.2, 1.3) (2.1, \underline{2.2}, 1.3) (2.1, 3.2, 1.3)$$

$$(\underline{3.1}, 2.1, \underline{1.3}) (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) (\underline{3.1}, 2.3, \underline{1.3})$$

$$(\underline{3.1}, 1.2, \underline{1.3}) (\underline{3.1}, \underline{2.2}, \underline{1.3}) (\underline{3.1}, 3.2, \underline{1.3})$$

$$(3.2, 2.1, 1.1) (3.2, \underline{2.2}, 1.1) (3.2, 2.3, 1.1)$$

$$(1.1, 1.2, 2.3) (1.1, \underline{2.2}, 2.3) (1.1, 3.2, 2.3)$$

$$(3.2, 2.1, 1.2) (3.2, \underline{2.2}, 1.2) (3.2, 2.3, 1.2)$$

$$(2.1, 1.2, 2.3) (2.1, \underline{2.2}, 2.3) (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$(3.2, 2.1, 1.3) (3.2, \underline{2.2}, 1.3) (3.2, 2.3, 1.3)$$

$$(3.1, 1.2, 2.3) (3.1, \underline{2.2}, 2.3) (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$(3.3, 2.1, 1.1) (3.3, \underline{2.2}, 1.1) (3.3, 2.3, 1.1)$$

$$(1.1, 1.2, 3.3) (1.1, \underline{2.2}, 3.3) (1.1, 3.2, 3.3)$$

(3.3, 2.1, 1.2) (3.3, 2.2, 1.2) (3.3, 2.3, 1.2)
(2.1, 1.2, 3.3) (2.1, 2.2, 3.3) (2.1, 3.2, 3.3)

(3.3, 2.1, 1.3) (3.3, 2.2, 1.3) (3.3, 2.3, 1.3)
(3.1, 1.2, 3.3) (3.1, 2.2, 3.3) (3.1, 3.2, 3.3),

die wir als vollständige und nicht-vollständige bzw. totale und partielle Palindrome bezeichnen können. Da wegen der Dualoperation $\times ZTh = RTh$ und $\times RTh = ZTh$ gilt, sind sämtliche horizontalen Paare von Folgen natürlich palindromisch. Denkt man sich diese Folgen jedoch in einem Koordinationsystem eingetragen, dessen Achsen die triadischen und die trichotomischen Peircezahlen repräsentieren, d.h. schreibt man die Folgen orthogonal zueinander, so kann man die Vollständigkeit von Palindromen durch die Ortsabhängigkeit der Teilfolgen definieren. So gilt also beim einzigen vollständigen Palindrom

(3.1, 2.2, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.3)

$(3.x(\omega_i) = 3.x(\omega_i), 2.y(\omega_j) = 2.y(\omega_j), 1.z(\omega_k) = 1.z(\omega_k)).$

Für das unvollständige Palindrom

(3.3, 2.2, 1.3)

(3.1, 2.2, 3.3)

gilt dagegen

$(3.x(\omega_i) \neq 3.x(\omega_i), 2.y(\omega_j) = 2.y(\omega_j), 1.z(\omega_k) \neq 1.z(\omega_k)).$

Für das Nicht-Palindrom gilt

(3.1, 2.1, 1.2)

(2.1, 1.2, 1.3)

$(3.x(\omega_i) \neq 2.y(\omega_j), 2.y(\omega_j) \neq 1.z(\omega_j), 1.z(\omega_k) \neq 1.z(\omega_k)).$

Nicht-Palindrome oder maximal unvollständige Palindrome sind also genau diejenigen, bei denen nicht nur die Orte, sondern auch die Teilfolgen paarweise verschieden sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Neudefinition der randtheoretischen Semiotik

1. Die Teilrelationen der Randrelation $R^* = (Ad, Adj, Ex)$ (vgl. Toth 2015a) können wie folgt der Systemrelation (vgl. Toth 2015b) abgebildet werden

$$Ad \rightarrow U$$

$$Adj \rightarrow E$$

$$Ex \rightarrow S,$$

denn die Innen-Relation ist als $In(Sys) = S$ definiert, somit ist $Ad = Au(Sys)$ und damit U . Der adjazente Rand selbst fungiert als Abschluß E .

Im Anschluß an Toth (2020) können wir nun die drei Kategorien der Randrelation den drei Kategorien der Systemrelation wie folgt zuordnen

$$Ad \rightarrow 2$$

$$Adj \rightarrow 3$$

$$Ex \rightarrow 1.$$

Numerisch ist also R^* eine Permutation der Systemrelation $S^* = (S, U, E) = (1, 2, 3)$.

2. Wir können damit die folgenden randtheoretischen Morphismen (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) definieren

$$\alpha := (Ex \rightarrow Adj) \quad \alpha^\circ := (Adj \rightarrow Ex)$$

$$\beta := (Adj \rightarrow Ad) \quad \beta^\circ := (Ad \rightarrow Adj)$$

$$\beta\alpha = (Ex \rightarrow Ad) \quad \alpha^\circ\beta^\circ = (Ad \rightarrow Ex)$$

$$id_1 = (Ex \rightarrow Ex) \quad id_2 = (Adj \rightarrow Adj) \quad id_3 = (Ad \rightarrow Ad).$$

Die randtheoretischen Dualsysteme

$$1. \quad R^*-DS = (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Ex, Ex \rightarrow Ex) \times (Ex \rightarrow Ex, Ex \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad)$$

$$2. \quad R^*-DS = (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Ex, Ex \rightarrow Adj) \times (Adj \rightarrow Ex, Ex \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad)$$

$$3. \quad R^*-DS = (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Ex, Ex \rightarrow Ad) \times (Ad \rightarrow Ex, Ex \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad)$$

$$4. \quad R^*-DS = (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Adj) \times (Adj \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad)$$

$$5. \quad R^*-DS = (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad) \times (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad)$$

6. $R^*-DS = (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Ad, Ex \rightarrow Ad) \times (Ad \rightarrow Ex, Ad \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad)$
7. $R^*-DS = (Ad \rightarrow Adj, Adj \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Adj) \times (Adj \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Adj, Adj \rightarrow Ad)$
8. $R^*-DS = (Ad \rightarrow Adj, Adj \rightarrow Adj, Ex \rightarrow Ad) \times (Ad \rightarrow Ex, Adj \rightarrow Adj, Adj \rightarrow Ad)$
9. $R^*-DS = (Ad \rightarrow Adj, Adj \rightarrow Ad, Ex \rightarrow Ad) \times (Ad \rightarrow Ex, Ad \rightarrow Adj, Adj \rightarrow Ad)$
10. $R^*-DS = (Ad \rightarrow Ad, Adj \rightarrow Ad, Ex \rightarrow Ad) \times (Ad \rightarrow Ex, Ad \rightarrow Adj, Ad \rightarrow Ad)$

können damit in der Form von natürlichen Transformationen notiert werden.

1. $R^*-DS = (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, id_1) \times (id_1, \alpha, \beta\alpha)$
2. $R^*-DS = (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \alpha) \times (\alpha^\circ, \alpha, \beta\alpha)$
3. $R^*-DS = (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha, \beta\alpha)$
4. $R^*-DS = (\alpha^\circ \beta^\circ, id_2, \alpha) \times (\alpha^\circ, id_2, \beta\alpha)$
5. $R^*-DS = (\alpha^\circ \beta^\circ, id_2, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, id_2, \beta\alpha)$
6. $R^*-DS = (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \beta\alpha)$
7. $R^*-DS = (\beta^\circ, id_2, \alpha) \times (\alpha^\circ, id_2, \beta)$
8. $R^*-DS = (\beta^\circ, id_2, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, id_2, \beta)$
9. $R^*-DS = (\beta^\circ, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \beta)$
10. $R^*-DS = (id_3, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, id_3)$

Literatur

- Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
- Toth, Alfred, Adessivität, Adjazenz, Exessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a
- Toth, Alfred, Neudefinition der System-Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b
- Toth, Alfred, Grundlegung einer Systemsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

Neudefinition der Raumsemiotik

1. Die Teilrelationen der raumsemiotischen Relation $B = (\text{Sys}, \text{Abb}, \text{Rep})$ wurden von Bense (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) den Subzeichen des Objektbezuges zugeordnet
 $\text{Sys} \rightarrow (2.1)$

$\text{Abb} \rightarrow (2.2)$

$\text{Rep} \rightarrow (2.3)$.

Im Anschluß an Toth (2020) können wir jedoch die drei Kategorien der raumsemiotischen Relation den drei Kategorien der Zeichenrelation $Z = (\text{M}, \text{O}, \text{I})$ wie folgt zuordnen

$\text{Sys} \rightarrow 1$

$\text{Abb} \rightarrow 2$

$\text{Rep} \rightarrow 3$.

Wie man bemerkt, fungiert das System immer noch erstheitlich, die Abbildung zweitheitlich und das Repertoire drittheitlich, mit dem Unterschiede freilich, daß die Peircezahlen nun als Haupt- und nicht länger als Stellenwerte fungieren. Damit ist nichts Geringes gewonnen: Die Raumsemiotik ist nicht mehr auf den Objektbezug des Zeichens beschränkt, sondern kann und muß durch die vollständige Zeichenrelation thematisiert werden.

2. Wir können damit die folgenden raumsemiotischen Morphismen (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) definieren

$\alpha := (\text{Sys} \rightarrow \text{Abb}) \quad \alpha^\circ := (\text{Abb} \rightarrow \text{Sys})$

$\beta := (\text{Abb} \rightarrow \text{Rep}) \quad \beta^\circ := (\text{Rep} \rightarrow \text{Abb})$

$\beta\alpha = (\text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \quad \alpha^\circ\beta^\circ = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys})$

$\text{id}_1 = (\text{Sys} \rightarrow \text{Sys}) \quad \text{id}_2 = (\text{Abb} \rightarrow \text{Abb}) \quad \text{id}_3 = (\text{Rep} \rightarrow \text{Rep})$.

Die raumsemiotischen Dualsysteme

1. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Sys}, \text{Sys} \rightarrow \text{Sys}) \times (\text{Sys} \rightarrow \text{Sys}, \text{Sys} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep})$

2. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Sys}, \text{Sys} \rightarrow \text{Abb}) \times (\text{Abb} \rightarrow \text{Sys}, \text{Sys} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep})$
3. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Sys}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \times (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Sys} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep})$
4. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Abb}) \times (\text{Abb} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep})$
5. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \times (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep})$
6. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Rep}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \times (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Rep} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep})$
7. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Abb}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Abb}) \times (\text{Abb} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Abb} \rightarrow \text{Rep})$
8. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Abb}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \times (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Abb} \rightarrow \text{Abb}, \text{Abb} \rightarrow \text{Rep})$
9. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Abb}, \text{Abb} \rightarrow \text{Rep}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \times (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Rep} \rightarrow \text{Abb}, \text{Abb} \rightarrow \text{Rep})$
10. $\text{SysDS} = (\text{Rep} \rightarrow \text{Rep}, \text{Abb} \rightarrow \text{Rep}, \text{Sys} \rightarrow \text{Rep}) \times (\text{Rep} \rightarrow \text{Sys}, \text{Rep} \rightarrow \text{Abb}, \text{Rep} \rightarrow \text{Rep})$

können damit in der Form von natürlichen Transformationen notiert werden.

1. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \text{id}_1) \times (\text{id}_1, \alpha, \beta\alpha)$
2. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \alpha) \times (\alpha^\circ, \alpha, \beta\alpha)$
3. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha, \beta\alpha)$
4. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_2, \alpha) \times (\alpha^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha)$
5. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha)$
6. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \beta\alpha)$
7. $\text{SysDS} = (\beta^\circ, \text{id}_2, \alpha) \times (\alpha^\circ, \text{id}_2, \beta)$
8. $\text{SysDS} = (\beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_2, \beta)$
9. $\text{SysDS} = (\beta^\circ, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \beta)$
10. $\text{SysDS} = (\text{id}_3, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \text{id}_3)$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer Systemsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

Die Morphismen der Systemsemiotik

1. Im Anschluß an Toth (2020) können wir den drei Kategorien der Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$ die drei Kategorien der Systemrelation $S^* = (S, U, E)$ (vgl. Toth 2015) wie folgt zuordnen

$$S \rightarrow 1$$

$$U \rightarrow 2$$

$$E \rightarrow 3.$$

Wir können damit die folgenden systemsemiotischen Morphismen (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) definieren

$$\alpha := (S \rightarrow U) \quad \alpha^\circ := (U \rightarrow S)$$

$$\beta := (U \rightarrow E) \quad \beta^\circ := (E \rightarrow U)$$

$$\beta\alpha = (S \rightarrow E) \quad \alpha^\circ\beta^\circ = (E \rightarrow S)$$

$$\text{id}_1 = (S \rightarrow S) \quad \text{id}_2 = (U \rightarrow U) \quad \text{id}_3 = (E \rightarrow E).$$

2. Die 10 systemsemiotischen Dualsysteme

1. $\text{SysDS} = (E \rightarrow S, U \rightarrow S, S \rightarrow S) \times (S \rightarrow S, S \rightarrow U, S \rightarrow E)$
2. $\text{SysDS} = (E \rightarrow S, U \rightarrow S, S \rightarrow U) \times (U \rightarrow S, S \rightarrow U, S \rightarrow E)$
3. $\text{SysDS} = (E \rightarrow S, U \rightarrow S, S \rightarrow E) \times (E \rightarrow S, S \rightarrow U, S \rightarrow E)$
4. $\text{SysDS} = (E \rightarrow S, U \rightarrow U, S \rightarrow U) \times (U \rightarrow S, U \rightarrow U, S \rightarrow E)$
5. $\text{SysDS} = (E \rightarrow S, U \rightarrow U, S \rightarrow E) \times (E \rightarrow S, U \rightarrow U, S \rightarrow E)$
6. $\text{SysDS} = (E \rightarrow S, U \rightarrow E, S \rightarrow E) \times (E \rightarrow S, E \rightarrow U, S \rightarrow E)$
7. $\text{SysDS} = (E \rightarrow U, U \rightarrow U, S \rightarrow U) \times (U \rightarrow S, U \rightarrow U, U \rightarrow E)$
8. $\text{SysDS} = (E \rightarrow U, U \rightarrow U, S \rightarrow E) \times (E \rightarrow S, U \rightarrow U, U \rightarrow E)$
9. $\text{SysDS} = (E \rightarrow U, U \rightarrow E, S \rightarrow E) \times (E \rightarrow S, E \rightarrow U, U \rightarrow E)$
10. $\text{SysDS} = (E \rightarrow E, U \rightarrow E, S \rightarrow E) \times (E \rightarrow S, E \rightarrow U, E \rightarrow E)$

können damit in der Form von natürlichen Transformationen notiert werden.

$$1. \text{ SysDS} = (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ, \text{id}_1) \times (\text{id}_1, \alpha, \beta\alpha)$$

2. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ, \alpha) \times (\alpha^\circ, \alpha, \beta\alpha)$
3. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha, \beta\alpha)$
4. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2, \alpha) \times (\alpha^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha)$
5. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha)$
6. $\text{SysDS} = (\alpha^\circ\beta^\circ, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \beta\alpha)$
7. $\text{SysDS} = (\beta^\circ, \text{id}_2, \alpha) \times (\alpha^\circ, \text{id}_2, \beta)$
8. $\text{SysDS} = (\beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2, \beta)$
9. $\text{SysDS} = (\beta^\circ, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \beta)$
10. $\text{SysDS} = (\text{id}_3, \beta, \beta\alpha) \times (\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \text{id}_3)$

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Neudefinition der Systemrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Grundlegung einer Systemsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

Semiotische Selbstenthaltung

1. Bekanntlich hat eine Zeichenklasse die allgemeine Form

$$Zkl = (3.x, 2.y, 1.z),$$

und die ihr koordinierte Realitätsthematik hat entsprechend die Form

$$Rth = (z.1, y.2, x.3),$$

so daß man ein semiotisches Dualsystem wie folgt darstellen kann

$$DS = Zkl \times Rth = (3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3).$$

2. Im folgenden bestimmen wir semiotische Selbstenthaltung innerhalb jedes DS im Rahmen der 10 peirce-benseschen DS. Vermöge des Satzes von Walther (vgl. Walther 1982) hängt innerhalb des determinantensymmetrischen Dualitätssystems jede Zkl und jede Rth in mindestens 1 und höchstens 3 Subzeichen zusammen. Nur Zeichen, die außerhalb des vom dualidentischen DS determinierten Zeichenverbandes betrachtet werden, können also in 0 Zkl bzw. 0 Rthn zusammenhängen (z.B. (3.1, 2.1, 1.1) / (3.2, 2.2, 1.2)). Wir können daher zwischen monadischer, dyadischer und triadischer semiotischer Selbstenthaltung unterscheiden.

2.1. Monadische Selbstenthaltung

$$\begin{array}{ccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 \\ & & 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 \\ & 2.2 & & 2.1 & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ & 2.2 & & 2.1 & 2.3 \end{array}$$

3.2 2.2 1.3
2.2 3.1 2.3

3.3 2.3 1.3
3.3 3.1 3.2

2.2. Dyadische Selbstenthaltung

3.1 2.1 1.2
2.1 1.2 1.3

3.1 2.1 1.3
3.1 1.3 2.1

3.1 2.3 1.3
3.1 1.3 3.2

3.2 2.3 1.3
3.2 2.3 3.1

2.3. Triadische Selbstenthaltung

3.1 2.2 1.3
3.1 2.2 1.3

Es gibt somit 5 monadische, 4 dyadische und 1 triadisches selbstenthaltendes DS.

Literatur

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu „Trichotomischen Triaden“. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Kontexturenfelder bei selbstenthaltenden Relationen

1. In Toth (2019) hatten wir das vollständige, zehnfache System der semiotischen Dualsysteme, vermehrt um ihre Abbildungen auf die zugehörigen strukturellen Realitäten, wie folgt dargestellt. Wir können es wie folgt subgruppieren.

Linksthematisierungen

$$\begin{array}{llll}
 (3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3}) & \times & (1.1_{3.1}, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (1.1_{3.1} \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.1_1, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (2.1_1 \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.1_1, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 2.2_{2.1}, 2.3_2) & \rightarrow & (2.1_1 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2)) \\
 (3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 2.2_{2.1}, 2.3_2) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2)) \\
 (\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 3.3_{3.2}) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (3.2_2, 3.3_{3.2}))
 \end{array}$$

Rechtsthematisierungen

$$\begin{array}{llll}
 (3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 2.2_{2.1}, 1.3_3) & \rightarrow & ((2.1_1, 2.2_{2.1}) \rightarrow 1.3_3) \\
 (3.1_3, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 1.3_3) & \rightarrow & ((3.1_3, 3.2_2) \rightarrow 1.3_3) \\
 (3.2_2, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 2.3_2) & \rightarrow & ((3.1_3, 3.2_2) \rightarrow 2.3_2)
 \end{array}$$

Triadische Thematisierung

$$(3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3, 2.2_{2.1}, 1.3_3) \quad \rightarrow \quad ((3.1_3) \leftrightarrow (2.2_{2.1}) \leftrightarrow (1.3_3))$$

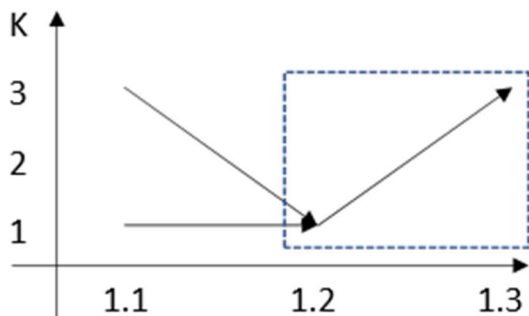
Links- und Rechtsthematisierungen sind dyadische Thematisierungen. Bei den thematisierten Realitäten stoßen wir auf bisher nicht beschriebene eingebettete Kontexturen.

Verwenden wir E als Einbettungsoperator, dann haben wir also

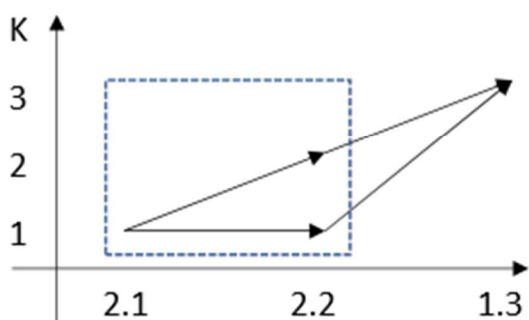
$$E(K(R_{th})) = (S_{thd}).$$

Die eingebetteten Kontexturen sind also genau die thematisierenden.

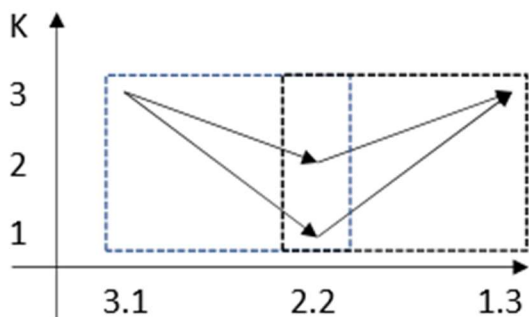
2.1. Linksthematisierungen: $R_{th}(K) = (1.1_{3.1} \leftarrow (1.2_1, 1.3_3))$



2.2. Rechtsthematisierungen: $R_{th}(K) = ((2.1_1, 2.2_{2.1}) \rightarrow 1.3_3)$



2.3. Triadische Thematisierung: $R_{th}(K) = ((3.1_3) \leftrightarrow (2.2_{2.1}) \leftrightarrow (1.3_3))$



2. Nun stellen die Realitätsthematiken dyadische, ihre koordinierten Zeichenklassen hingegen triadische Relationen dar. Allerdings sind diese, wie Bense (1979, S. 53 u. 67) entdeckte, „verschachtelte“ Relationen bzw. „Relationen über Relationen“. Sie sind somit selbstenthaltend (vgl. Toth 2019b) und haben die Form

$$Zkl = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow (3)))$$

Die 10 K-Zeichenklassen können dann in folgender Klammerung dargestellt werden:

$$(1.1_{1.3}, (2.1_1, (3.1_3)))$$

$$(1.2_1, (2.1_1, (3.1_3)))$$

(1.3₃, (2.1₁, (3.1₃)))
(1.2₁, (2.2_{1.2}, (3.1₃)))
(1.3₃, (2.2_{1.2}, (3.1₃)))
(1.3₃, (2.3₂, (3.1₃)))
(1.2₁, (2.2_{1.2}, (3.2₂)))
(1.3₃, (2.2_{1.2}, (3.2₂)))
(1.3₃, (2.3₂, (3.2₂)))
(1.3₃, (2.3₂, (3.3_{2.3})))

(((3.1₃))), (((3.2₂))), (((3.3_{2.3})))

Genau betrachtet sind also Zeichenklassen triadische Relationen über 1-, 2- und 3-stelligen Relationen, Realitätsthematik aber dyadische Relationen über 1- und 2-stelligen Relationen. Allein die eigenreale Zeichenklasse nimmt auch hier eine Sonderstellung ein, da ihre thematisierte Realität triadisch ist.

Literatur

Toth, Alfred, Eingebettete Kontexturen bei selbstenthaltenden Relationen. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Eingebettete Kontexturen bei selbstenthaltenden Relationen

1. In Toth (2019a) hatten wir das vollständige, zehnfache System der semiotischen Dualsysteme, vermehrt um ihre Abbildungen auf die zugehörigen strukturellen Realitäten, wie folgt dargestellt.

$$\begin{array}{llll}
 (3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3}) & \times & (1.1_{3.1}, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (1.1_{3.1} \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.1_1, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (2.1_1 \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.1_1, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 2.2_{2.1}, 1.3_3) & \rightarrow & ((2.1_1, 2.2_{2.1}) \rightarrow 1.3_3) \\
 (3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 2.2_{2.1}, 1.3_3) & \rightarrow & ((3.1_3) \leftrightarrow (2.2_{2.1}) \leftrightarrow (1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 1.3_3) & \rightarrow & ((3.1_3, 3.2_2) \rightarrow 1.3_3) \\
 (3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 2.2_{2.1}, 2.3_2) & \rightarrow & (2.1_1 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2)) \\
 (3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 2.2_{2.1}, 2.3_2) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2)) \\
 (3.2_2, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 2.3_2) & \rightarrow & ((3.1_3, 3.2_2) \rightarrow 2.3_2) \\
 (\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 3.3_{3.2}) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (3.2_2, 3.3_{3.2}))
 \end{array}$$

Theorem: Homogene Subzeichen können nur thematisiert auftreten.

Für die Kontexturenzahlen von thematisierenden (thd) und thematisierten (tht) Subzeichen gilt innerhalb von 9/10 thematisierten Realitäten: $K(\text{thd}) \cap K(\text{tht}) \neq \emptyset$.

Einzige Ausnahme ist

$$(3.1_3 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2))$$

$$\text{mit } K(2.2_{2.1}, 2.3_2) \cap K(3.1_3) = \emptyset.$$

Mit Ausnahme der eigenrealen Realitätsthematik ist also diese Realitätsthematik die einzige, welche alle drei Kontexturenzahlen (1, 2 und 3) enthält.

Wesentlicher aber ist, daß wir bei den thematisierten Realitäten auf bisher nicht beschriebene eingebettete Kontexturen stoßen. Verwenden wir E als Einbettungsoperator, dann haben wir also

$$E(K(\text{Rth})) = (S_{\text{thd}}).$$

Die eingebetteten Kontexturen sind also genau die thematisierenden.

2. Nun stellen die Realitätsthematiken dyadische, ihre koordinierten Zeichenklassen hingegen triadische Relationen dar. Allerdings sind diese, wie Bense (1979, S. 53 u. 67) entdeckte, „verschachtelte“ Relationen bzw. „Relationen über Relationen“. Sie sind somit selbstenthaltend (vgl. Toth 2019b) und haben die Form

$$\text{Zkl} = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow (3)))$$

Die 10 K-Zeichenklassen können dann in folgender Klammerung dargestellt werden:

$$(\underline{1.1}_{1.3}, (2.1_1, (3.1_3)))$$

$$(1.2_1, (2.1_1, (3.1_3)))$$

$$(1.3_3, (2.1_1, (3.1_3)))$$

$$(1.2_1, (\underline{2.2}_{1.2}, (3.1_3)))$$

$$(1.3_3, (\underline{2.2}_{1.2}, (3.1_3)))$$

$$(1.3_3, (2.3_2, (3.1_3)))$$

$$(1.2_1, (\underline{2.2}_{1.2}, (3.2_2)))$$

$$(1.3_3, (\underline{2.2}_{1.2}, (3.2_2)))$$

$$(1.3_3, (2.3_2, (3.2_2)))$$

$$(1.3_3, (2.3_2, (\underline{3.3}_{2.3})))$$

Einfache selbstenthaltende Einbettung gibt es also nur bei den Peircezahlen der Form

$$(1.x) \text{ mit } x \in (1, 2, 3)$$

$$(\underline{1.1}_{1.3}), (1.2_1), (1.3_3)$$

Doppelte selbstenthaltende Einbettung gibt es also nur bei den Peircezahlen der Form

$$(2.x) \text{ mit } x \in (1, 2, 3)$$

$$((2.1_1)), ((\underline{2.2}_{1.2})), ((2.3_2))$$

Dreifache selbstenthaltende Einbettung gibt es also nur bei den Peircezahlen der Form

$$(3.x) \text{ mit } x \in (1, 2, 3)$$

$$(((3.1_3))), (((3.2_2))), (((\underline{3.3}_{2.3})))$$

Genau betrachtet sind also Zeichenklassen triadische Relationen über 1-, 2- und 3-stelligen Relationen, Realitätsthematik aber dyadische Relationen über 1- und 2-stelligen Relationen. Allein die eigenreale Zeichenklasse nimmt auch hier eine Sonderstellung ein, da ihre thematisierte Realität triadisch ist.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Eingebettete semiotische Kontexturen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Selbstenthaltende Relationen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Eingebettete semiotische Kontexturen

1. Gegeben sei die allgemeine Form semiotischer (triadisch-trichotomischer) Dualsysteme

$$DS = Zkl \times Rth = ((3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3)),$$

dann thematisiert die Realitätsthematik eine strukturelle oder entitätische Realität gdw. es zwei Subzeichen (a.b), (c.d) gibt mit $a = c$. Realitätsthematiken sind somit dyadische Relationen. Die einzige Ausnahme ist die Realität der eigenrealen Zeichenklasse (vgl. Bense 1992), denn diese ist triadisch. Es gilt: Dyadische Realitäten weisen eine (eindeutig bestimmte) einfache Thematisierung auf, triadische Realitäten eine dreifache. (Doppelte Thematisierung gibt es nur unter den irregulären Zeichenklassen.)

2. Wenn wir im Anschluß an Toth (2019a-d) von kontexturierten Zeichenklassen ausgehen, können wir das vollständige, zehnfache System der semiotischen Dualsysteme, vermehrt um ihre Abbildungen auf die zugehörigen strukturellen Realitäten, wie folgt darstellen.

$$\begin{array}{llll}
 (3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3}) & \times & (1.1_{3.1}, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (1.1_{3.1} \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.1_1, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (2.1_1 \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.1_1, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 1.2_1, 1.3_3) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (1.2_1, 1.3_3)) \\
 (3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 2.2_{2.1}, 1.3_3) & \rightarrow & ((2.1_1, 2.2_{2.1}) \rightarrow 1.3_3) \\
 (3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 2.2_{2.1}, 1.3_3) & \rightarrow & ((3.1_3) \leftrightarrow (2.2_{2.1}) \leftrightarrow (1.3_3)) \\
 (3.1_3, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 1.3_3) & \rightarrow & ((3.1_3, 3.2_2) \rightarrow 1.3_3) \\
 (3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) & \times & (2.1_1, 2.2_{2.1}, 2.3_2) & \rightarrow & (2.1_1 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2)) \\
 (3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 2.2_{2.1}, 2.3_2) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2)) \\
 (3.2_2, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 2.3_2) & \rightarrow & ((3.1_3, 3.2_2) \rightarrow 2.3_2) \\
 (\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, 1.3_3) & \times & (3.1_3, 3.2_2, 3.3_{3.2}) & \rightarrow & (3.1_3 \leftarrow (3.2_2, 3.3_{3.2}))
 \end{array}$$

THEOREM: Homogene Subzeichen können nur thematisiert auftreten.

Für die Kontexturenzahlen von thematisierenden (thd) und thematisierten (tht) Subzeichen gilt innerhalb von 9/10 thematisierten Realitäten: $K(\text{thd}) \cap K(\text{tht}) \neq \emptyset$.

Einzige Ausnahme ist

$$(3.1_3 \leftarrow (2.2_{2.1}, 2.3_2))$$

mit $K(2.2_{2.1}, 2.3_2) \cap K(3.1_3) = \emptyset$.

Mit Ausnahme der eigenrealen Realitätsthematik ist also diese Realitätsthematik die einzige, welche alle drei Kontexturenzahlen (1, 2 und 3) enthält.

Wesentlicher aber ist, daß wir bei den thematisierten Realitäten auf bisher nicht beschriebene eingebettete Kontexturen stoßen. Verwenden wir E als Einbettungsoperator, dann haben wir also

$$E(K(\text{Rth})) = (S_{\text{thd}}).$$

Die eingebetteten Kontexturen sind also genau die thematisierenden.

Literatur

Toth, Alfred, Die identitätslogische Basis der theoretischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Kontexturierte semiotische Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Kontextuelle semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Die Abbildung von Zkl auf $K(\text{Zkl})$. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Das erkenntnistheoretische Differential

1. Bekanntlich besteht ein semiotisches Dualsystem der Form

$$D = ((3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3))$$

aus der den erkenntnistheoretischen Subjektpol repräsentierenden Zeichenklasse $Zkl = (3.x, 2.y, 1.z)$ und der den erkenntnistheoretischen Objektpol repräsentierenden Realitätsthematik $Rth = (z.1, y.2, x.3)$. Voraussetzung für den hier neu einzuführenden Begriff des erkenntnistheoretischen Differentials ist, daß die dergestalt semiotisch verdoppelte Repräsentation der Erkenntnis „keine vollständige Separation zwischen (materialer) Welt und (intelligiblem) Bewußtsein zuläßt“ (Bense 1979, S. 18 f.). Es besteht demnach stets eine Differenz zwischen dem Repräsentamen der Zkl und dem Präsentamen der Rth .

2. Diese Differenz wollen wir im Anschluß an Toth (2019a) als erkenntnistheoretisches Differential einführen

$$\Delta_{erk} = \Delta(Zkl_i(K_i), Rth_i(K_i)).$$

Wir gehen also wieder (vgl. Toth 2019b) aus von $ZKl^{3,3} = f(K)$ mit $K \in (1, 2, 3)$ über der folgenden kontexturierten Matrix aus Kaehr (2009).

categorical 3 – contextual semiotic matrix				
$Sem^{(3,2)}_{cat} =$	MM	1	2	3
	1	$id_{1,3}$	α_1	α_3
	2	α°_1	$id_{1,2}$	α_2
	3	α°_3	α°_2	$id_{2,3}$

Es gelten folgende Sätze (vgl. Toth 2019c).

THEOREM 1: Duale Subzeichen liegen in den gleichen Kontexturen.

Lemma 1: Die Kontexturen triadischer und trichotomischer Peircezahlen sind gleich.

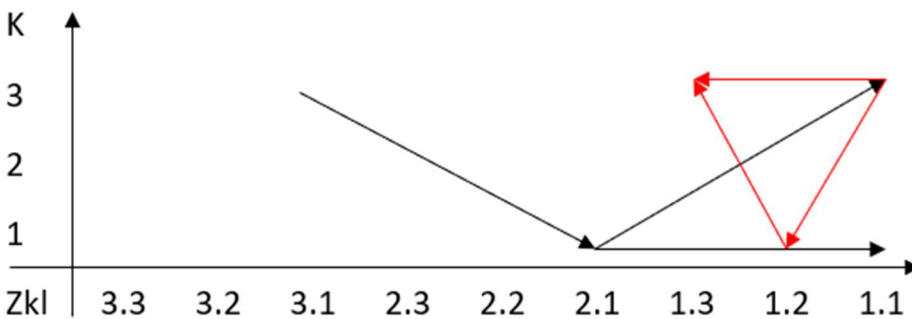
THEOREM 2: Homogene Subzeichen von $ZR^{3,3}$ liegen in zwei Kontexturen.

Lemma 2: Die Anzahl homogener Subzeichen ist gleich der der Anzahl der Kontexturen.

Lemma 3: Die Anzahl der Kontexturen ist gleich der Stelligkeit der Relation.

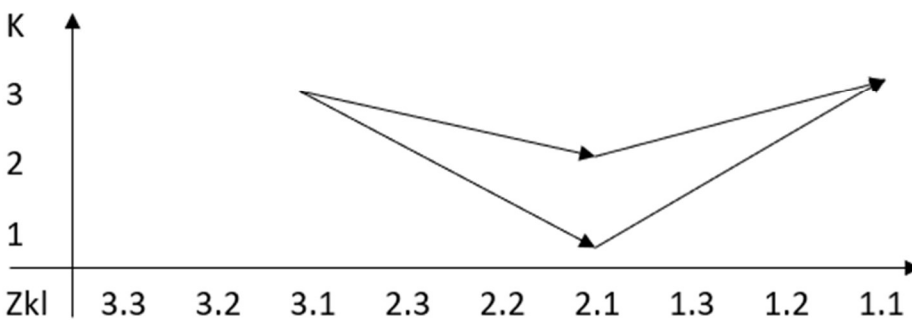
Aufgrund von Lemma 2 wollen wir im folgenden drei Dualsysteme exemplarisch betrachten: $D = ((3.1, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 1.3))$, das je 1 identitiven Morphismus besitzt, die mit ihrer dual koordinierten Realitätsthematik identische eigenreale Zeichenklasse $(3.1, 2.2, 1.3)$ und $D = ((3.1, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 1.3))$, das keinen identitiven Morphismus enthält. (In den 10/27 regulären Dualsystemen treten keine verdoppelten homogenen Subzeichen auf. Drei homogene Subzeichen treten nur in der Klasse der Kategorienrealität auf.)

$$2.1. \Delta_{\text{erk}} = \Delta(\text{Zkl}_i(K_j), \text{Rth}_i(K_j)) = \Delta((3.1_3, 2.1_1, 1.1_{1.3}), (1.1_{1.3}, 1.2_1, 1.3_3))$$



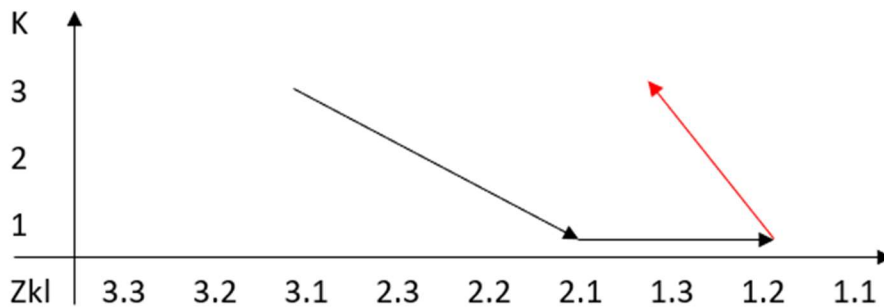
$$\Delta_{\text{erk}}((3.1_3, 2.1_1, 1.1_{1.3}), (1.1_{1.3}, 1.2_1, 1.3_3)) > 0$$

$$2.2. \Delta_{\text{erk}} = \Delta(\text{Zkl}_i(K_j), \text{Rth}_i(K_j)) = \Delta((3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3), (3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3))$$



$$\Delta_{\text{erk}}((3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3), (3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3)) = 0$$

$$2.3. \Delta_{\text{erk}} = \Delta(\text{Zkl}_i(K_j), \text{Rth}_i(K_j)) = \Delta((3.1_3, 2.1_1, 1.2_1), (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3))$$



$$\Delta_{\text{erk}}((3.1_3, 2.1_1, 1.2_1), (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3)) < 0$$

Positive Differenz weisen also alle Dualsysteme mit homogenen Subzeichen auf. Negative Differenz, d.h. einen erkenntnistheoretischen Überschuß, zeigen Dualsysteme ohne homogene Subzeichen. Exakt gleich 0 ist erwartungsgemäß die erkenntnistheoretische Differenz zwischen Zkl und Rth des eigenrealen Dualsystems.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, UK 2009. Digitalisat:

http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Semiotic_Short-Studies_2009.pdf

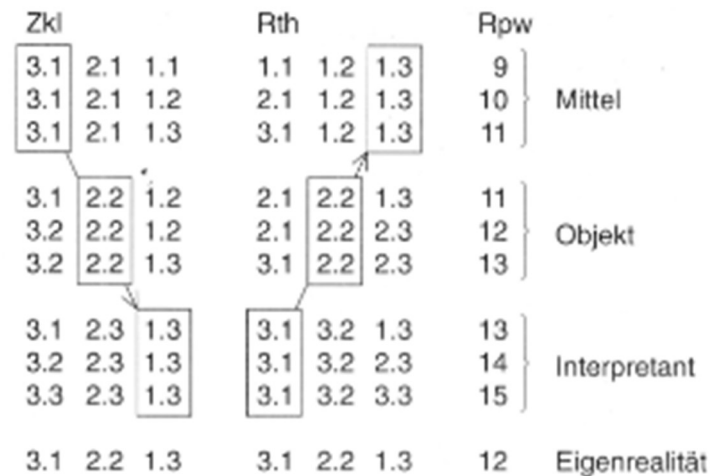
Toth, Alfred, Das semiotische Differential. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Die identitätslogische Basis der theoretischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Die Abbildung von Zkl auf Zkl(K). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Das determinantensymmetrische Dualitätssystem als Regelungssystem

1. Eine regelungstheoretische Semiotik wurde bereits von Bense (1975) inauguriert, vgl. Toth (2019). Wir befinden uns hier nicht zufällig in den Anfangsgründen der Semiotik, denn diese ist ja – wie man am besten aus den frühen Nummern der von Bense mitbegründeten „Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft“ sehen kann – aus dem Geiste der Kybernetik geboren.
2. Im folgenden wird das von Walther und Bense entdeckte und formal dargestellte determinantensymmetrische Dualitätssystem als System von Regelsystemen dargestellt, vgl. dazu die folgende Abbildung aus Bense (1992, S. 76)

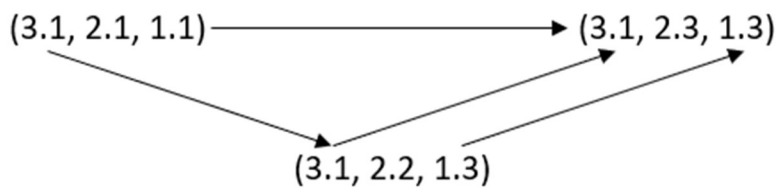
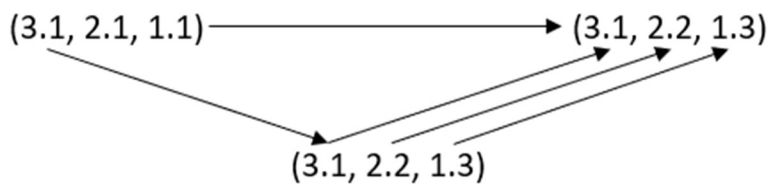
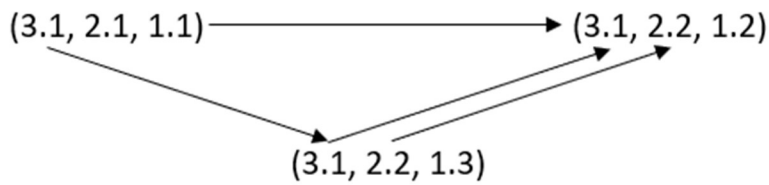
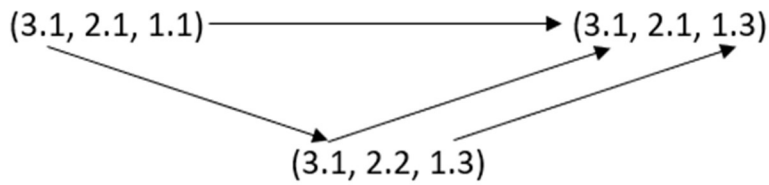
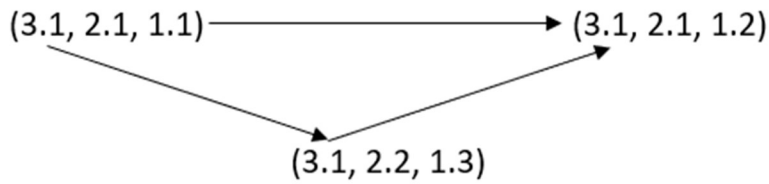


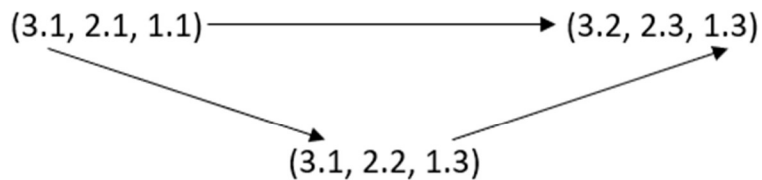
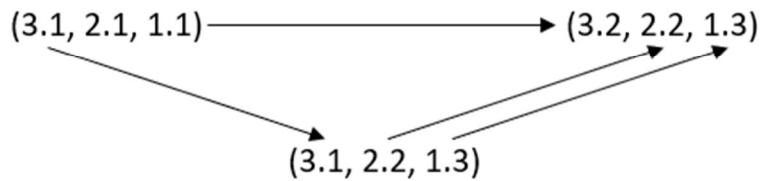
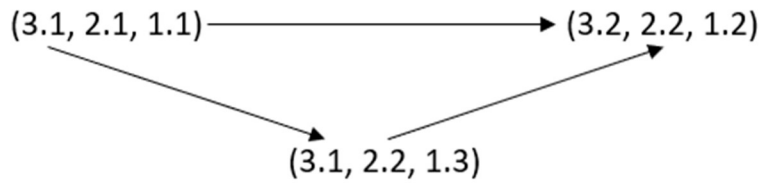
Wie man anhand des obigen Schemas erkennt, determiniert die eigenreale, d.h. dualinvariante Zeichenklasse (3.1, 2.2, 1.3) sämtliche Zeichenklassen und Realitätsthematiken des peirceschen „Zehnersystem“, insofern sie mit jeder Zeichenklasse und Realitätsthematik in minimal einem und maximal zwei Subzeichen zusammenhängt. Im folgenden sei exemplarisch das erste von 10 Regelsystemen des Gesamtsystems dargestellt, in dem durch die eigenreale Zeichenklasse das Paar von (3.1, 2.1, 1.1) und den übrigen 9 Zeichenklassen reguliert wird. Bei den regulären Zeichenklassen, d.h.

denjenigen, für die $(3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x \leq y \leq z$ gilt, resultieren geschlossene Kreisfunktionen.

Regelsystem von $(3.1, 2.1, 1.1)$

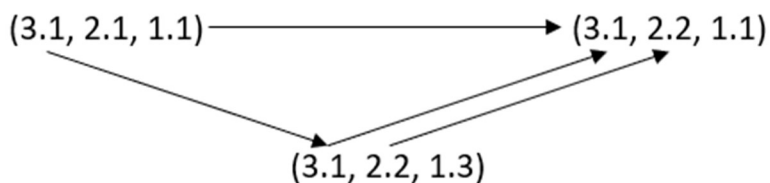
1. Mit regulären Zeichenklassen

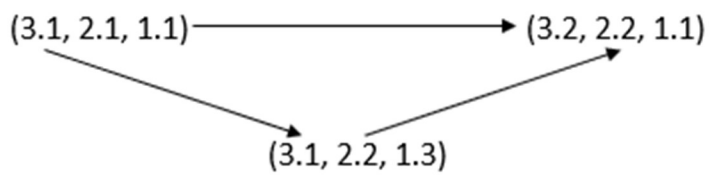
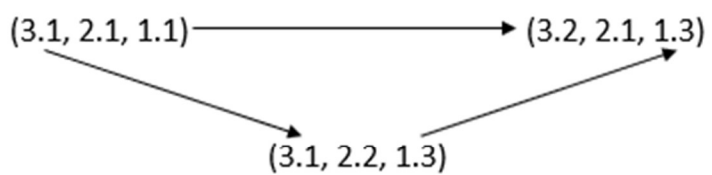
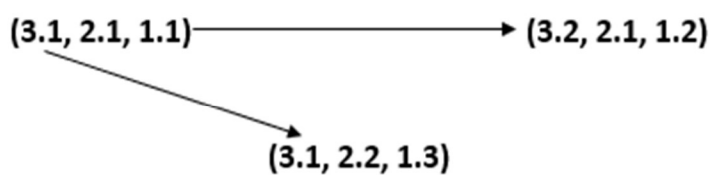
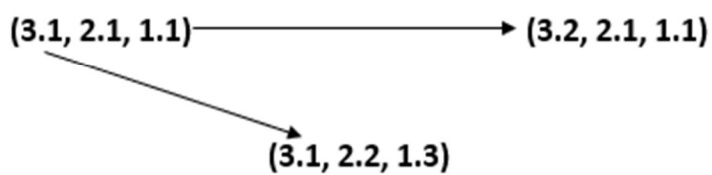
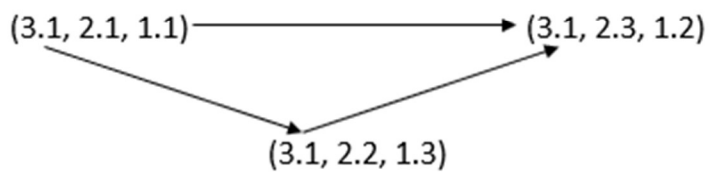
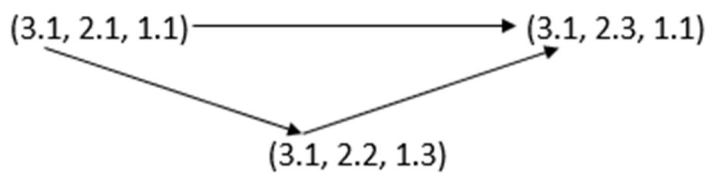


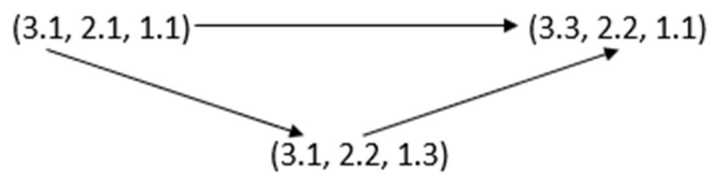
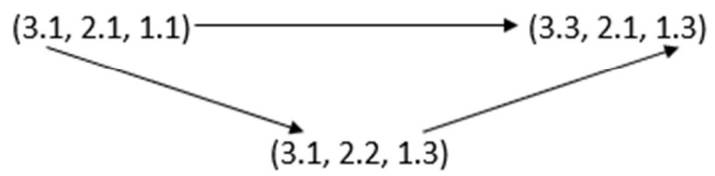
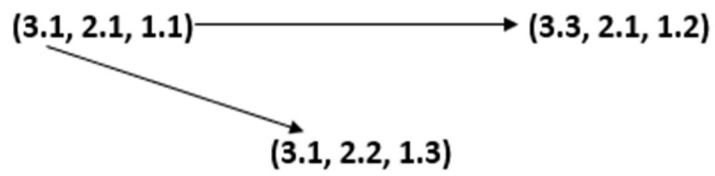
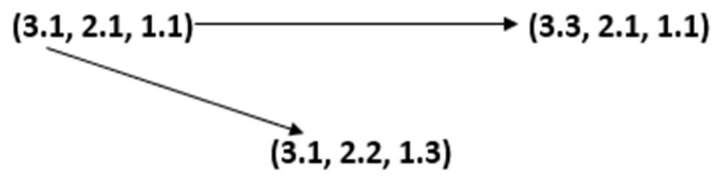
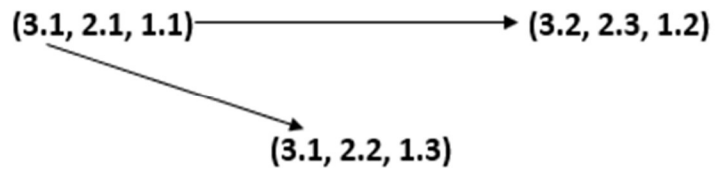
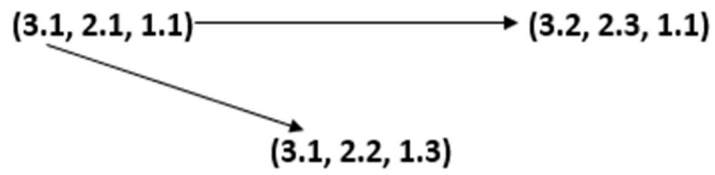


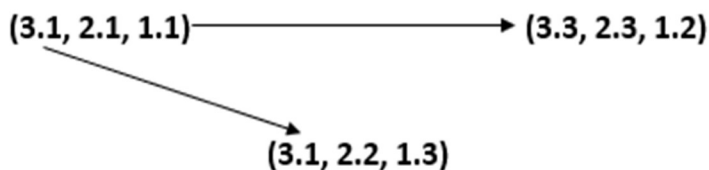
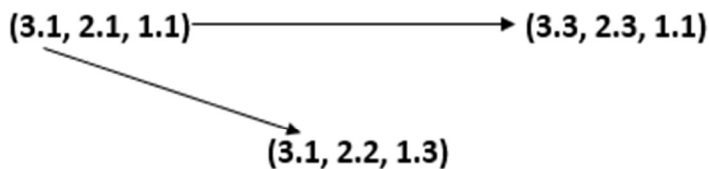
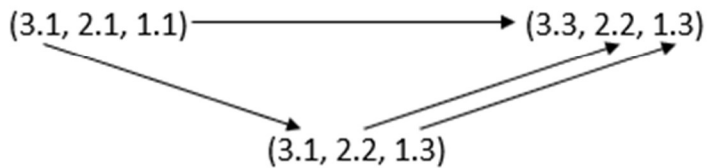
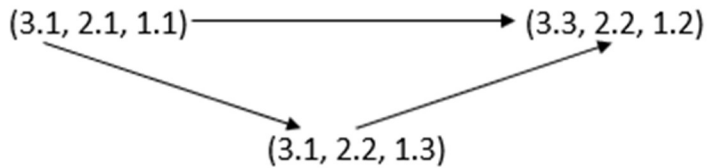
2. Mit irregulären Zeichenklassen

Hier sind nun nicht mehr durchwegs Kreisfunktionen zu erwarten, d.h. das determinantensymmetrische Dualitätssystem gilt nur für die topologisch aus der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ möglichen herausgefilterten 10 Dualsysteme. Unvollständige Kreisfunktionen werden im folgenden durch Fettdruck markiert.









8 der 17 irregulären Zeichenklassen lassen sich also innerhalb von Dualitätssystemen nicht als Regelsysteme, sondern höchstens als Steuerungssysteme darstellen. (Bei diesen wird die Funktion der Determinanten von der Diskriminanten der semiotischen Matrix übernommen, d.h. an die Stelle von (3.1, 2.2, 1.3) tritt (3.3, 2.2, 1.1), vgl. zu starker und schwacher Eigenrealität Bense 1992, S. 28) (vgl. Toth 2008).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Die homöostatische Funktion von Eigenrealität und Kategorienrealität.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Die Semiotik als Regelungstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019